CURSO COMPLETO

DE ESTUDIOS

ó

COMPENDIO DE LOS CONOCIMIENTOS MAS ESENCIALES A LA JUVENTUD.

POR

D. FRANCISCO DE CUREL

Caballero de la legion de honor, y director del Colegio Oriental.

MONTEVIDEO, 1831.

IMPRENTA DEL UNIVERSAL.

PRIMER CUADERNO.

ARITMETICA

(POR SENILLOSA.)

ORDEN DE LAS MATERIAS.

1.º Aritmética;
2. Geografia astronómica;
3. Idem fisica;
4. Idem descriptiva;
5. Cronologia general.
6. Historia moderna universal;
7. Idem antigüa;
8. Idem romana;
9. Lecciones de idioma frances;
10. Analisis lógica, y gramática castellana.

DOCUMENTO OFICIAL.

Montevideo Septiembre 17 de 1831.

Apreciando el gobierno en cuanto vale la muestra de los talentos del profesor de Curel, que vincúlan su bien acreditada reputacion, reconoce en el ensayo que le ha presentado como un homenage de sus respetos, la asiduidad con que se esmera por el fomento de la educacion nacional, y cuyos designios no serán infructuosos ni desatendidos por un gobierno que sabe valorarlos. A su vez, él mismo se hará un deber de recomendar y contribuir á que se regularize y sea aceptado en todos los establecimientos de enseñanza mútua, persuadido de los frutos saludables que deben reportar en su aplicacion; en cuyo caso el profesor de Curel debe prometerse que el gobierno, en calidad de subscritor, tomará un número de ejemplares compatible con el estado de sus rentas, y con el objeto á que se destinan.

El ministro de gobierno y relaciones exteriores.

ELLAURI.

PREFACIO.

Publicando este curso de estudios, que no es (á escepcion de la aritmética) sino el estracto de una obra mucho mas considerable, que tengo concluida, y que verá la luz en Europa cuando lo permitan las circunstancias, he tenido en vista el deseo de procurar cuanto ántes, á la juventud estudiosa de este pais los médios de adquirir con facilidad esos conocimientos generales que debe poseer cualquiera persona, que no quiera ser considerada como desprovista de toda especie de instruccion, y llenar una parte del vacio que existe en el ramo de libros elementales, que se hace sentir por todos los individuos que se dedican á la enseñanza pùblica.

La Geografia descriptiva é Historia moderna universal en las que se han tenido en consideracion los últimos acontecimientos y alteraciones políticas ocurridas en Europa, y tambien un particular cuidado por todo lo que pueda interesar mas especialmente á los Americanos del Sud, me han parecido de primera necesidad. Estos dos tratados van precedidos de otros sobre la Astronomía y la Física, en lo relativo á la geografía, y sigue una Cronología universal desde la creacion hasta el año de 1831; despues aparecerán compendios de la Historia antigüa, y Romana, un curso de idioma frances reducidos á

PREFACIO.

Publicando este curso de estudios, que no es (á escepcion de la aritmética) sino el estracto de una obra mucho mas considerable, que tengo concluida, y que verá la luz en Europa cuando lo permitan las circunstancias, he tenido en vista el deseo de procurar cuanto ántes, á la juventud estudiosa de este pais los médios de adquirir con facilidad esos conocimientos generales que debe poseer cualquiera persona, que no quiera ser considerada como desprovista de toda especie de instruccion, y llenar una parte del vacio que existe en el ramo de libros elementales, que se hace sentir por todos los individuos que se dedican á la enseñanza pùblica.

La Geografia descriptiva é Historia moderna universal en las que se han tenido en consideracion los últimos acontecimientos y alteraciones políticas ocurridas en Europa, y tambien un particular cuidado por todo lo que pueda interesar mas especialmente á los Americanos del Sud, me han parecido de primera necesidad. Estos dos tratados van precedidos de otros sobre la Astronomía y la Física, en lo relativo á la geografía, y sigue una Cronología universal desde la creacion hasta el año de 1831; despues aparecerán compendios de la Historia antigüa, y Romana, un curso de idioma frances reducidos á cuarenta lecciones, sacado en la mayor parte de *Chantreau*, pero desembarazado de esa multitud de reglas y escepciones que no sirven mas que á enredar las idéas, y fatigar la memoria, las que son remplazadas por una série de temas y versiones, sobre las nueve partes de la oracion; el todo sacado de los mejores autores, y graduado de tal modo, que, las dificultades se van venciéndo poco á poco, sin grandes esfuerzos de espíritu; un tratado de ANALISIS LÓGICA y GRAMATICAL completará esta publicacion.

Yo tenia preparada una série de lecciones sobre ARITMETICA, cuando un amigo me proporcionó las del Sr. *Semillosd*, y no he vacilado en darle la preferencia sobre las mias, con la conviccion que un objeto de esta naturaleza, escrito por una persona que emplea su idioma nativo, ha de ser mucho mejor y mas inteligible que si lo fuera por un extrangero; y, en consecuencia, lo agregué á los demas, con algunas leves modificaciones, únicamente para completar la coleccion; y es el primero que vá á ser publicado para no interrumpir el órden que hemos adoptado.

Para mejor inteligencia de la parte de geografia general que trata de la astronomia, se ha dado una corta y sencilla esplicacion de las principales figuras de GEOMETRIA, las que son representadas en una lámina hecha á propósito, reservándonos publicar mas tarde un tratado elemental de esta ciencia.

Hemos adoptado el meridiano de MONTEVIDEO para la

indicacion geográfica de las principales ciudades; pensando que por ese médio será mas fácil entender las distancias respectivas de los lugares.

Con el deseo de dar á estos elementos todo el interes de que son susceptibles, me he dedicado durante mas de tres años á un trabajo árduo y constante, procurándome cuantos documentos, datos ó indicios se pudieron encontrar en las bibliotecas pùblicas y particulares; así como el dictamen y opiniones de todas las personas ilustradas del país con quienes he tenido la fortuna de encontrarme en relaciones; consultando ademas las memorias mas recientemente publicadas, y los mejores mapas. En fin, me he valido de todos los autores que me han parecido convenir mejor á mi objeto; VOSGIEN, GUTHERIE, MORSE, MALTE B.UN, LAHARPE, LAS CASAS, (en su atlas histórico de Lesage) COOK, MASSELIN, CORTAMBERT, TORRENT, SEGUR, HUMBOLDT, MONGE; BRUÉ, LAPIE, &c. me han suministrado los materiales que han servido á la construccion del edificio; si este no se mantiene sólido sobre tan buenos cimientos, el obrero solo es el culpable.

Pero, si al contrario puede resultar de todo esto algo de ventajoso á la juventud de ámbos sexos, que he mirado siempre con el mas tierno interes, y facilitar à mis colegas en la enseñanza sus nobles y delicadas taréas, me consideraré como sumamente recompensado de mis trabajos, y continuaré siguiendo en la misma carrera, tanto como me lo permitan mis escasos conocimientos.

Me resta, para concluir, suplicar al superior gobierno del Estado, que me ha dispensado su proteccion, así como á todas las personas honradas que se han dignado interesarse en la publicacion de esta obra, se sirvan admitir las espresiones de mi eterno agradecimiento, y la certeza de que en todos tiempos me encontrarán dispuesto á hacer cuanto se hallará en mis facultades en obsequio de la Nacion Oriental.

INDICE DE LAS LECCIONES.

SECCION PRIMERA.

De los números enteros.

SECCION SEGUNDA.

De los números fraccionarios.

SECCION TERCERA.

Decimales y reglas compuestas.

(A) Para mejor inteligencia de esta leccion y de las tres siguientes, será bueno ver las 15 y 16 tercera seccion.

TRATADO ELEMENTAL

DE

ARITMETICA

SECCION PRIMERA

PRIMERA LECCION.

PRINCIPIOS DE LA NUMERACION.

Núm. 1. Aquella parte de las matemáticas que abraza el estudio de la cantidad numérica, es llamada *aritmética.*

2. Como la cantidad discontínua no es otra cosa que el conjunto de diversos cuerpos que miramos bajo un mismo aspecto, las cosas compondrán una sola cantidad ó varias cantidades segun el punto de vista bajo el cual sean consideradas.

Las *sillas* y las *mesas* son objetos de diferente uso; pero ámbas clases formarán parte de una misma cantidad si las tomamos en consideracion de *muebles.*

En la cantidad discontinua, el término de comparacion ó la idéa que manifiesta los atributos ó calidades comunes á los cuerpos que forman la cantidad, se llama *unidad.*

Hablando de *manzanas*, *una manzana* es la unidad; hablando de *manzanos*, *un manzano* es la unidad.

Nota. Son cantidades de la misma especie ú *homogéneas*, las que tienen igual cantidad; y son *eterogéneas* las que son de diversa especie.

3. El aumento succesivo de la unidad, se espresa por medio de los siguientes *caracteres*, *cifras*, *números ó guarismos.*

1	2	3	4	5	6	7	8	9.
Uno,	*dos,* (*)	*tres,*	*cuatro,*	*cinco,*	*seis,*	*siete,*	*ocho,*	*nueve.*

Nueve unidades mas una, componen una *decena* ó unidad de una especie superior. He aquí como se escriben: *una decena, dos decenas &c.* añadiéndo esta figura (0) que se llama *cero,* á cada cifra.

10	20	30	40	50	60	70	80	90.
diez,	*veinte,*	*treinta,*	*cuarenta,*	*cincuenta,*	*sesenta,*	*setenta,*	*ochenta,*	*noventa,*

Nueve decenas mas una, componen una *centena* ó ciento, esto es, componen la unidad de una especie superior. Las centenas se indican como sigue:—

100	200	300	400	500	600	700	800	900.
ciento ó cien,	*doscientos,*	*trécientos,*	*cuatrocientos,*	*quinientos,*	*seiscientos,*	*setecientos,*	*ochocientos,*	*novecientos,*

NOTA 1.ª Las centenas, decenas y simples unidades solo son unidades de distinta especie en el concepto aritmético.

4. Cuando en una misma cantidad concurren centenas, decenas y unidades, se escriben seguido, ocupando las centenas el tercer lugar, las decenas el segundo, y las unidades el primero principiando por la derecha.—

352 } se leen { *trecientos cincuenta y dos.*
81 } se leen { *ochenta y uno.*
207 } se leen { *doscientos y siete* ò bien *doscientos siete.*

NOTA. El uso ha introducido que se diga *once, doce, trece, catorce, quince,* y no *diez y uno, diez y dos, &c.;* y tambien se escriba *dieciseis, diecioch o &c. veintiuno, veintidos,* y así hasta *treinta,* en lugar de *diez y seis &c.*

(*) Dos significa *uno* y *uno* &c.

LECCION II.

Leer y escribir cantidades.

5. El mismo órden de centenas, decenas, y unidades, sirve para indicar cantidades mayores, sin mas diferencia que el de arreglarles la denominacion de *miles, millones ó cuentos, billones ó bicuentos, trillones ó tricuentos* y así succesivamente. (*) En esta suposicion, nueve simples centenas, mas una, componen la unidad de millar; nueve centenas de millar, mas una, componen la unidad de millon, y por este tenor lo restante—

EJEMPLO.

9	3	4	5	6	0	2	5	8	0	2	6	7
unidad.	centena.	decena.	unidad.	centena.	decena.	unidad.	centena.	decena.	unidad.	centena.	decena.	unidad.
de trillon.	de billon.			de millon.			de millar.			de unidades.		

Esta cantidad se lee: nueve trillones, trescientos cuarenta y cinco billones, seiscientos dos millones, quinientos ochenta mil doscientos sesenta y siete unidades.

LECCION III.

Del sumar.

6. Llamamos *sumar* ó *adicion,* al acto de agregar ó reunir varias cantidades en una sola. Este signo (+) significa *mas* y estotro (=) *igual.*

(*) Este sistema de numeracion es el simplificado.

$2 + 3 = 5$ ..ó bien..	2	
Dos mas *tres* igual *cinco*	y 3	*cantidades parciales.*
	—	
	son 5	....*suma.*

Efectivamente, $2 = 3 + 1$ y $3 = 1 + 1 + 1$; luego $3 + 2$ será igual á $1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$. (núm. 3)

7. Si ocurre sumar cantidades cuya suma no pueda hacerse á la simple inspeccion, se escribirán unas debajo de otras, sumando separadamente las unidades, luego las decenas, luego las centenas, y así de las demas. Sean las cantidades que hubiese que sumar: 315, 1203 y 81;

tendremos	315 1203 81 ——	5 unidades mas 3 son 8, mas 1 son 9 unidades que las escribo. 1 decena mas 8 son 9 decenas. 3 centenas mas 2 son 5 centenas. Y finalmente una unidad de millar, es una que la escribo.
Suma...	1599	

1599 es la verdadera suma, pues que se compone de la suma de las unidades, mas la suma de las decenas, mas la suma de las centenas, mas la de los miles.

8. Al sumar las unidades, podrán resultar una ó mas decenas que habrá que agregar á las decenas teniéndo presente que nueve unidades mas una, componen una decena. Lo propio podrá suceder en las demas colúmnas con respecto á sus clases inmediatas.

EGEMPLO.		1902 es la suma. Efectivamente 9 unidades mas 7 son 16, y 6 son 22 que componen dos decenas y dos unidades: escribo las dos unidades: dos decenas que llevo ó que resultan de la columna de unidades, mas 7 son 9 y 4, 13; y 8, 21; y 9 son 30 decenas, esto es, 3 centenas cabales. Llevo 3, y 5, 8; y 6, 14: y 5 son 19 que los escribo.
Sean las cantidades:	579 640 87 596 ——	
Suma....	1902	

LECCION IV.

Del restar.

9. Llamamos *restar* ó *substraccion* el acto ú operacion de separar, extraer ó rebajar una cantidad de otra.

Este signo (—) dice *ménos* y denota *substraccion.*

$5 - 3 = 2$.......ó bien..	de.......5	*restando.*
cinco ménos *tres,* igual *dos.*	quito.....3	*restador.*
	—	
	quedan... 2	*diferencia.*

La razon es que 5 es igual $1 + 1 + 1 + 1 + 1$. Bórrense 3 y quedarán 2.

10 Si ocurriese hacer la substraccion en dos cantidades de mas de un guarismo, se escribirán como hemos indicado para el sumar (núm. 7.), y luego se restaria la menor de la mayor, buscando separadamente la diferencia entre las unidades, las decenas &c.

Cantidad mayor...	8536	6 unidades — 4 = 2 unidades.
Cantidad menor....	304	3 decenas — 0 = 3 decenas.
	——	5 centenas — 3 = 2 centenas.
Resta ó diferencia.	8232	8 unidades de millar — 0 = 8 unidades de millar.

8232 es la verdadera resta, por componerse de la diferencia de las unidades, de las decenas, de las centenas y de las unidades de millar.

11. Puede suceder que haya menos unidades en el restando que en el restador. En este caso se acudirá á las decenas de aquél; para quitarle una que convertida en unidades valdrá diez; estas unidades se agregarán á las que tuviere el restando, por cuyo médio se podrá ejecutar la substraccion. Escríbase un punto sobre las decenas para memoria de que debe contarse una ménos, que es la que se rebajó; luego, si fuere necesario, se operará de un modo semejante en las demas columnas.

EGEMPLO.	
3052 1127 —— 1925	De 2 no puedo quitar 7; saco una decena del 5 que vale diez unidades; y 2 son 12. De 12, quitando 7 quedan 5 que los escribo. Paso á las decenas; habia 5, pero como quité 1 quedan 4. De 4 quitando 2 quedan 2. De 0 no se puede quitar 1, saco una unidad del 3, la cual vale 10 centenas. De 10 quito 1 y escribo 9. De 2 que quedaron, quitando 1, resta 1——Sale la diferencia 1925.

NOTA. Agregar una ó mas unidades al restador, equivale á rebajarlas en el restando:

En la segunda columna dijimos $4-2=2$: podiamos haber dicho $5-3=2$, dejando el 5 del restando y añadiéndo una unidad al 2del restador.

Pruebas del sumar y restar.

12. Como la suma total de unidades, decenas y centenas, debe ser igual á la de las centenas, decenas y unidades; se deduce fácilmente que si despues de sumar como hemos indicado (núm. 7 y núm. 8), hacemos la suma á la inversa, debe ser uno mismo el resultado y la diferencia 0, pero siempre que la operacion haya sido bien egecutada.

EGEMPLO.	
196 347 84 —— 627 210	Saco la suma 127, que es exacta. La prueba es que sumando á la inversa tengo: 3 centenas y 1, son cuatro; de 4 á 6 que tiene la suma; van dos que las escribo —8, 4 y 9 son 21; de 21 á 22 que hay en la suma contando con las do centenas que sobraron, va una decena que la escribo. 4, 7 y 6 son 17 á 17 cero: lo cual manifiesta no haber discrepancia entre los dos resultados.

13. Como la diferencia es lo que le falta al restador para completar el restando; está claro que si sumo los dos primeros debe salir este último, siempre que no se haya padecido error en la operacion.

EJEMPLO.	
20,939 —1,527 —— 19,412 M. 1,527 —— 20,939	Resto y sale diferencia 19,412. Escribo debajo de esta diferencia el restador y lo sumo. Vuelve á salir el restando, y concluyo que he ejecutado bien la substraccion. [*]

LECCION V.

Del multiplicar.

14. Cuando las cantidades que se deben sumar son iguales, la adicion toma una nueva forma llamada *multiplicar*. La multiplicacion se indica con un punto [.]

2 ó bien: *dos* repito *tres* veces es *seis*		2 *multiplicando.*
2 esto es	2 . 3=6	3 *multiplicador.*
2	*Dos* por *tres, seis*	—
—		6 *producto.*

CONSECUENCIA.—El multiplicador no es pues, otra cosa que un número abstracto que denota las veces que el multiplicando está repetido.

El multiplicando y el multiplicador se llaman tambien *factores* del producto.

NOTA 1ra.—Todo número que no es *abstracto*, esto es que hace relacion á una especie determinada, como *cinco* en 5 pesos; es dicho *concreto.*

2. Como para sumar ó restar cantidades concretas, es preciso que sean de la misma especie, [núm. 2 nota] tendrémos en la multiplicacion que el producto debe ser de la especie del multiplicando.

[*] Será oportuno dar aquí noticia de los números romanos. La I vale *uno*, la V *cinco*, la X *diez*, la L *cincuenta*, la C *ciento*, la D *quinientos*, y la M *mil*. Un número denota uno, mayor denota resta; puesto despues denota suma. Por esta razon IX significa 9 ó 10—1, y XI vale 11 ó 10 mas 1. MCDLXXVIII equivale á 1,478.

15. Los productos que pueden resultar de tomar dos simples guarismos cualesquiera, como factores, deben aprenderse de memoria. Ellos se encontrarán en la siguiente tabla. Los números seguidos de 1 á 9 están en dos columnas y son los factores: tomando uno en la parte superior y otro en la colateral, se seguirá la columna que está al frente de cada número y en la casilla comun á ambas columnas se hallará el producto.

TABLA PITAGORICA.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	42	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

NOTA. El producto de dos factores, en cualquier sentido es el mismo.

$3 . 4 = 12$	....	Efectivamente, 4 + 4 + 4 es
$4 . 3 = 12$	....	igual 3 + 3 + 3 + 3.

16. Si el multiplicando constase de varios guarismos se multiplicarán las unidades, decenas y centenas por el guarismo del multiplicador; cuidando de agregar una decena, al producto de las decenas, por cada diez unidades que hubiese en el producto, y así sucesivamente.

6725 . 3 ――― 20175	3 por 5 son 15; esto es, 5 unidades y 1 decena: escribo las 5 unidades y llevo la decena á la columna de las decenas. Tengo 2 decenas que multiplicadas por 3 dan 6, y 1 que llevo son 7. Paso á las centenas; 7 multiplicadas por 3, 21; escribo 1 y llevo 2. Ultimamente, 6 multiplicadas por 3, 18, y 2 que llevo son 20.

20175 es el verdadero producto, por ser la suma de los productos del multiplicador por las diversas partes del multiplicando.

17. Cuando el multiplicador acaba con uno ó mas ceros, el producto es el mismo que seria si aquel no tuviese los ceros; por dicho resultado serán *decenas*, *centenas*, *unidades*, de millar &c. segun el número de ceros con que finaliza el multiplicando. Lo proprio sucedería si los ceros estuviesen en el multiplicador. (Véase la nota del número 15.)

$$\left.\begin{array}{r} 6 \\ .\,3 \\ \hline 18 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{r} 3 \\ 6 \\ \hline 18 \end{array}\right. \qquad \left.\begin{array}{r} 60 \\ .\,3 \\ \hline 180 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{r} 3 \\ .\,60 \\ \hline 180 \end{array}\right. \qquad \left.\begin{array}{r} 600 \\ .\,3 \\ \hline 1800 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{r} 3 \\ .\,600 \\ \hline 1800 \end{array}\right.$$

esto es, 18 unidades.....18 decenas........18 centenas.

18. De lo espuesto se infiere que si el multiplicador son decenas, el producto de las decenas del multiplicador por todo el multiplicando serán decenas; las centenas, producirán centenas, y siguiendo este órden los demas. Luego escribiéndo unos debajo de otros estos productos parciales, y sumándolos, se tendrá el producto total en el caso de constar de vários guarismos.

1,207	1,207	1,207		600
. 8	. 10	. 600	+	10
			+	8
9,656	12,070	724,200		618

1,207	1,207	
. 618	. 618	
9,656	9,656	*Productos parciales.*
12,070	1,207	
724,200	7,242	
745,926	745,926....	*Producto total.*

Nota.—Se puede evitar el escribir los ceros finales de los productos parciales, cuidando de colocar las decenas bajo las decenas &c, como lo manifiesta el presente ejemplo.

19. La multiplicación sirve principalmente para reducir unidades de una especie superior á la de una inferior, como los pesos á reales; y sirve para averiguar el precio total de una cantidad, dado al valor de la unidad.

EJEMPLO 1.º

Supuesto 1 *peso*=8 *reales*, tendremos que:

632 pesos serán	632 veces 8 real. ó bien 632 8	632 8

Esto es..............................5,056 reales.

SEGUNDO.

Supuesto que 1 *pieza de bretaña* cuesta 9 *pesos*, 13 piezas costarán 13 veces 9 pesos; esto es 9 . 13=117 pesos.

LECCION VI.

Del partir.

20. Si ocurriese restar repetidamente, de una cantidad otra de la misma especie: la operacion toma una nueva forma que se llama *partir*. La particion se indica asi (:).

12 : 4=3
Doce partido por cuatro, tres.

Dividendo.........12	4.........*divisor*
Residuo...........0	3.........*cociente.*

Consecuencia.—El partir, es como se vé, la inversa del multiplicar. Tiene por objeto el averiguar las veces que el divisor está contenido en el dividendo; es decir, dado el producto y un factor, proponerse encontrar el otro.

Nota.—Muchas veces el divisor no está contenido un número cabal de veces en el dividendo; entonces se toma el cociente próximo inferior, y el residuo deja de ser cero denotando el esceso del dividendo propuesto con respecto al correspondiente al cociente y divisor.

14 12 2	4 3	14 partido por 4 es 3 y sobran 2. Es decir que si 14—2=12 se parte por 4 saldrá el cociente cabal 3. En efecto 3 . 4=12, cuyo producto restado de 14, dá por diferiencia 2.

21. Cuando el dividendo consta de mas de dos guarismos, se parten sucesivamente las centenas, decenas y unidades del dividendo por las unidades del divisor: atendiendo á que el residuo de las centenas debe agregarse á las decenas, el de las decenas al de las unidades, y asi pasando de una clase superior á la inferior inmediata.

138.0.6 12 18 16 20 20 06 4 *residuo*.2.	4 3451	Una decena de millar partida por 4 no puede dar ninguna decena de millar por cociente. Conviértola en unidades de millar; valdrá 10, y 3 que hay son 13 Trece partido por 4 dá 3 unidades de millar que las escribo: multiplico el 4 por el cociente 3, y resto el producto 12 de 13; saco el residno 1. Bajo el 8 que le escribo junto al 1, y tengo 18 centenas, que partidas por 4 dan 4 por cociente: continúo 4 por 4 16, de 16 á 18 van 2. Bajo el cero y tengo 20; 20 partido por 4, les cabe á cinco cabales. Bajo el 6 que dá por cociente la unidad y por residuo 2.

3451 es el verdadero cociente de [13806] 2: 4.

La razon es que 13806—2=13804, y:

	Dividendos parciales.	Divisor.	Cocientes.
13804 : 4 =	12 unidades de millar	: 4 =	3 unids. de mil.
	+ 16 centenas	: 4 =	4 centenas.
	+ 20 decenas	: 4 =	5 decenas.
	+ 4 unidades	: 4 =	1 unidad.
Esto es......	13804	: 4 =	3451

NOTA. Para memoria, es bueno escribir un punto al lado de cada guarismo que se vá bajando en el dividendo.

22. El partir, no siendo otra cosa que una operacion inversa de la del multiplicar (núm. 20 *consecuencia*), se sigue que el dividendo encierra los diversos productos parciales (núm. 18) que resultarian de multiplicar el divisor por cada una de las partes ó cifras del cociente. Luego si recorremos separadamente esos productos, y atendemos á que el correspondiente al número mas alto del cociente, debe hallarse en los primeros números del dividendo; nos será siempre fácil ejecutar una particion, aún en el caso de constar de varios guarismos el divisor.

Para obtenerlo, se tomarán tantos números en el dividendo empezando por los de mayor valor, cuantos tuviese el divisor, ó uno mas si fuese menester. Se sacará el cociente por tantéo, y despues de hallar el residuo conforme hemos indicado (núm. 21,) se bajará el siguiente número del dividendo, y se proseguirá á este tenor hasta obtener por último resultado las unidades. El ejemplo que vamos á poner facilitará la comprehension de lo espresado. (Téngase presente el ejemplo del núm. 18.)

7459.2.6	1207	Separo las 4 primeras cifras que es lo que necesito para poder egecutar la particion. Pruebo, si 7459 partido por 1207 da el cociente 6 que serán las centenas del cociente. Efectivamente les cabe á 6 [*véase la nota siguiente*]; multiplico 1207 por 6; resto el producto 7242 de 7459 centenas y tengo la diferencia 217. Bajo el 2 y son 2172 decenas; parto esta cantidad por el divisor y sale 1 decena y por residuo 965. Bajo el 6 y tengo 9656 unidades que contienen exactamente 8 veces el divisor.
7242	618	
2172		
1207		
9656		
9656		
0000		

NOTA. Se conocerá que el número puesto en el cociente es mayor de lo que debe ser, en que, en este caso, saldrá un restador mayor que el restando; y se conocerá que es menor si sale una diferencia excedente ó por lo menos igual al divisor.

9656	1207	9656	1207	9656	1207
10863	9	8449	7	9656	8 es el cociente.
(no puede restarse)		1207		0000	

23. La operacion del partir se reduce á menor espacio, no escribiendo los restadores y executando las restas de memoria. Para no olvidarse, conviene, al tiempo de hacer la multiplicacion, ir agregando al producto las unidades de especie mayor que se deberian rebajar del restando. (Téngase presente la nota del num. 11.)

7459.2.6	1207	7459 partido entre 1207, les cabe á 6. y digo: 6·7 son 42, á 49 van 7; escribo 7 y llevo 4. Sigo la multiplicacion, 6. 0 es 0 mas 4 que llevo, son 4; de 4 á 5 va 1 que lo escribo. Paso al 2 del divisor, 2. 6=12; de 12 á 14 van 2 y llevo 1. Concluyo la multiplicacion, 1. 6 es 6 y uno que llevo 7, de 7 á 7 la diferiencia es 0. Bajo el 2 del dividendo, y continúo del modo indicado la particion.
2172	618	
9656		
0000		

CONSECUENCIA. De lo dicho [núm.17] se infiere que si se añaden tantos ceros al dividendo cuantos se agregan al divisor, el cociente será siempre el mismo; y de consiguiente acabando con ceros, dividendo y divisor, se puede simplificar la particion borrando del primero cuantos ceros finales tuviese el segundo.

18	6	180	60	1800	600	1800	60
0	3	0	3	0	3	0	30

NOTA. El egercicio y un poco de reflecsion indicarán los arbitrios qne se pueden emplear para simplificar ó facilitar, en mil casos particulares, las operaciones del multiplicar y partir.

Multiplicar ó partir por 12 equivale á multiplicar ó partir por 4 y el resultado por 3. En efecto, tomar una cosa doce veces es lo mismo que tomarla 4 + 4 + 4 + veces.

24. El partir sirve para reducir unidades de especie inferior á una superior, como los reales á pesos &c. Sirve tambien para averiguar el precio de la unidad, dado el de la cantidad y el número de unidades de la especie comprada. Por último, partiendo el precio total por el de la unidad, se sacan las unidades de una especie dada.

5,056 *reales*, son 5.056:8=632 *pesos*.

Supuesto que 13 piezas de Bretaña cuestan 117 ps., 1 pieza costará 117 pesos: 13=9 *pesos*.

Si una pieza de Bretaña cuesta 9 *pesos*, y comprando várias piezas á este precio he invertido 117 pesos; el número de piezas compradas serán 117 : 9=13.

PRUEBAS DEL MULTIPLICAR Y PARTIR.

25. Siendo el divisor y el cociente los factores que deben componer el dividendo, el multiplicar servirá de prueba al partir, asi como el partir sera la prueba del multiplicar.

```
 39          |  742 | 31      31        713
 .6          |  122 └──      23  mas  29 [residuo.]
─────┐       |   29   23     ──       ───
 234 │ 39    |                93      742 [dividiendo.]
 000 └───    |                62
       0     |               ──
             |               713
```

SECCION SEGUNDA.

LECCION VII.

De las fracciones ó quebrados.

26. En la particion hemos visto que puede resultar algun residuo ó esceso del dividendo sobre el correspondiente al cociente encontrado. Este residuo no será pues

partible por el divisor, á menos de dividir ó suponer dividida cada unidad del residuo en trozos ó pequeñas partes que se llaman *fracciones* de la unidad, ó *quebrado*.

Por ejemplo: 5 manzanas partidas entre 4 personas, les toca 1 manzana á cada una, y sobra una manzana que solo podrá dividirse entre las cuatro personas cortándola en cuatro partes iguales; esto es, en un número de partes igual á las unidades del divisor.

NOTA 1.ª La fraccion se indica escribiendo debajo de la unidad, el número correspondiente á las partes en que esta se supone dividida. Entre los dos números se interpone una raya ó pequeña linea.

$\frac{1}{4}$ es una fraccion ó quebrado.

Id. 2.ª Segun que el divisor es 2, 3, 4, 5 &c. Se denomina la fraccion ($\frac{1}{2}$) *un médio*, ($\frac{1}{3}$) *un tercio*, ($\frac{1}{4}$) *un cuarto &c*.

27. Para que las fracciones sean de una misma especie se requiere que sean partes iguales de la unidad. En este caso se suman ó restan como números enteros (Lecciones 3.ª y 4.ª), y la suma ó diferencia se coloca encima del divisor.

$$\frac{1}{8} \text{ de } \textit{peso} + \frac{1}{8} \text{ de } \textit{peso} = \frac{2}{8} \text{ de } \textit{peso}.$$

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8} \qquad \frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}.$$

Los dos numeros, superior ó inferior, se llaman *términos* de la *fraccion*. El inferior se distingue por *denominador*, esto es el que indica ó denomina las partes en que está dividida la unidad; y el superior es llamado *numerador*, es decir, el que expresa ó enumera las partes que se deben tomar de la unidad dividida.

$$\left.\begin{array}{l} 5 \ \textit{numerador} \\ \overline{7} \ \textit{denominador} \end{array}\right\} \textit{quebrado}.$$

NOTA. Se espresa que un número es el denominador de un quebrado, con la palabra *avo* ó *avos*; particularmente si es mayor que 9.

$\frac{18}{132}$ se lee: *dieciocho, ciento treinta y dos avos.*

$\frac{1}{18}$ se lee: *un dieciocho avo.*

28. Toda particion puede tomar la forma de quebrado; pues el numerador es el dividendo, el denominador el divisor, y la fraccion entera el cociente. Pero el quebrado es llamado *impropio* quando el numerador es mayor que el denominador.

$$2:\ 3=\frac{2}{3} \qquad \frac{2}{3} \text{ es un quebrado } \textit{propio.}$$

$$17:\ 3=\frac{17}{3} \qquad \frac{17}{3} \text{ es un quebrado } \textit{impropio}\cdot$$

CONSECUENCIA. Por lo visto todo quebrado impropio contiene enteros, que se encontrarán partiendo el numerador por el denominador. Y al contrario los enteros se reducirán á la especie de un quebrado dado, multiplicando el numerador por el denominador de la fraccion.

$$\frac{17}{3}=17:3;\ \text{esto es, } 5\ \tfrac{2}{3}.$$

$$5 \text{ y } \tfrac{2}{3}=\frac{[5.\ 3]\ \textit{mas}\ 2}{3} \text{ esto es } \frac{17}{3}$$

29. Como el denominador no es sino un número que indica la especie de que son las unidades del numerador, con multiplicar ó partir el numerador por un entero quedará multiplicada ó partida la fraccion.

$$\left[\frac{2}{7}+\frac{2}{7}+\frac{2}{7}\right]=3 \text{ veces } \frac{2}{7}, \text{ á saber } \frac{6}{7}, \text{ ó } \frac{[2.3]}{7}$$

$$\frac{6}{7}\ 3, =\frac{2}{7}, \text{ ó } \frac{[6:3]}{7}$$

30. Podrá sin embargo suceder que el numerador del quebrado no sea partible exáctamente por el entero. En este caso será preciso hacer la operacion alterando el denominador; pues teniendo presente que este repre-

senta las partes en que está dividida la unidad, cuanto mayor sea su número, tanto menor será el valor de cada una: luego

aumentando el denominador *disminuye* ó *se parte* la fraccion; *disminuyendo* el denominador *aumenta* o *se multiplica* la fraccion.

$$\tfrac{1}{4}>\tfrac{1}{8}\ |\ \tfrac{1}{8}=\tfrac{1}{4}:2 \qquad \tfrac{1}{8}<\tfrac{1}{4}\ |\ \tfrac{1}{4}=\tfrac{1}{8}\cdot 2$$

NOTA. Esta señal (>) se lee: *mayor que*, y esta otra (<) *menor que.*

CONSECUENCIA. 1.ª De lo dicho, en este numero y en el anterior, se infiere que un quebrado

se multiplica por un entero { *multiplicando* el numerador, ó *partiendo* el denominador.
se parte por un entero { *partiendo* el numerador, ó *multiplicando* el denominador

$$\left[\frac{3}{8}\cdot 2\right],=\frac{3:2}{[3.2]}=\frac{6}{8}\cdots \text{ó tambien } \frac{3}{[8.2]}=\frac{3}{4}$$

$$\left[\frac{6}{7}:3\right]=\frac{[6:3]}{7}=\frac{2}{7}\cdots \text{ó tambien } \frac{6}{[7.3]}=\frac{6}{21}$$

2.ª Un quebrado no variará de valor si se multiplican ó parten ambos términos por una misma cantidad; pues en ambos casos la operacion equivale á multiplicar el quebrado, y luego restituirle su valor partiendo por el número que tomó como factor.

$$\frac{3}{4}=\frac{3.2}{4.2} \text{ ó bien } \frac{6}{8}.$$

$$\frac{6}{8}=\frac{6:2}{8:2} \text{ ó bien } \frac{3}{4}.$$

Si multiplico $\frac{3}{4}$ por dos, salen 6 cuartos; y si este producto lo parto por 2, por médio del denominador salen 6 octavos que debe ser igual al multiplicando $\frac{3}{4}$. Y es así, pues siéndo los *octavos* partes de la unidad dos veces mas pequeñas que los *cuartos*, tambien se toman 6 que es el doble ó dos veces mayor que 3.

LECCION VIII.

Reduccion de los quebrados a la menor expresion.

31. Supuesto, segun acabamos de ver (leccion anterior), que un quebrado puede tener un mismo valor estando espresado baxo terminos distintos, convendrá muchas veces reducirlo á la forma mas sencilla, que es la de sus menores términos.

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{5}{10}=\frac{6}{12} \text{ \&c.}$$

Para ir reduciendo un quebrado á la menor expresion, se verá si ámbos términos de la fraccion pueden partirse por 2, por 3, por 4 ú otro factor, y se iran partiendo por todos los factores que fuesen comunes al numerador y denominador (núm. 30 *consecuencia* 2.ª).

$\frac{6}{12}=\frac{3}{6}$ partiendo ambos términos por el divisor comun 2.

$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ partiendo ambos términos por el divisor comun 3.

CONSECUENCIA. 1.ª El producto de todos los divisores parciales y comunes á ámbos términos, será el mayor comun divisor de los mismos.

Siendo 2 y 3 los divisores comunes del 6 y del 12, 2 veces 3, ó 6, será el número mas alto que parta al 6 y al 12.

2.ª El máximo comun divisor de los números no puede ser mayor que alguno de ellos.

NOTA 1.ª Se conoce que una cantidad tiene mitad ó es exactamente partible por 2, en que verificándose esta circunstancia debe acabar en número *par*, esto es, 2, 4, 6, 8, ó 0. Es evidente que al partir las decenas por 2, el mayor residuo que pueden dejar es de 1 decena, la cual unida al número par daria uno de los números 12, 14, 16, 18, 10 que tienen todos mitad.

$$\frac{618}{7132}=\frac{309}{3566} \quad \frac{16}{24}=\frac{8}{18}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

2.ª Si tomando los guarismos de una cantidad como simples unidades y sumándolos, se saca una suma que sea exactamente divisible por 3 ó por 9, la cantidad ten-

drá tercio ó noveno. La razon es que $10=9+1$, $100=99+1$ &c: luego partiendo por 9, sobrará una unidad para cada decena, centena, unidad de millar &c.; y si todos estos residuos sumados con las unidades de la cantidad tienen *tercio* ó *noveno* no quedará duda que la cantidad es divisible por 3 ó por 9.

$\frac{315}{552}=\frac{105}{184}$	He partido 315 y 552 por 3; porque 3, 1 y 5 son 9; 5, 5 y 2 son 12; y como 9 y 12 tienen *tercio*, conozco que tambien tendrán tercio las dos cantidades propuestas.

$$315=300+10+5=[3.99]+[1.9]+[3+1+5].$$
$$552=500+50+2=[5.99]+[5.9]+[5+5+2].$$

3.ª Toda cantidad que acaba con 0 ó con 5 tiene *quinto*; pues que partiendo las decenas por 5, podrán sobrar 1, 2, 3 ó 4, que unidas al 0 ó 5 compondrán 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 ó 45 unidades, cuyos números tienen quinto [*véase la tabla*, número. 15].

32. Si ocurriese encontrar de una vez el maximo comun divisor de un quebrado, se partirá el número mayor, por el menor con el fin de averiguar si es este el divisor que se busca (número 31. *consecuencia* 2.ª) En el caso de resultar algun residuo, el maximo comun divisor no puede ser mayor que el residuo, pues que para dividir al dividendo, tiene que estar contenido cabalmente en el divisor y en el residuo; parto pues el antigüo divisor por el residuo, con el fin de averiguar si es este el divisor que se pretende, y á este tenor voy continuándo hasta tener por último residuo 0, en cuyo caso el último divisor será el número mayor por el cual pueden partirse las dos cantidades.

Propongámonos reducir el quebrado $\frac{117}{143}$ á la menor espresion. Buscaré primero el máximo comun divisor entre las cantidades 117 y 143.

			117
		143	—
	117	26	1
26	13	—	
0	—	4	
	2		

Parto 143 por 117; sale el resíduo 26. Parto el antigüo divisor 117 por 26, y sale el resíduo 13. Parto el anterior divisor 26 por el resíduo hallado 13, y exactamente el cociente 2. 13 será pues el máximo comun divisor de 143 y de 117. Partiéndo ámbos términos por 13, el quebrado propuesto se reduciria á 9, 11 *avos*.

En efecto el máximo comun divisor de las dos cantidades no es la menor 117, ni tampoco puede ser mayor que 26; porque $143=(117.1)+26$. Tampoco es 26, por que $117=(26.4)+13$. Pruebo si es 13, y veo que 13 es factor de 26: luego lo será de 117 ó de (4 veces 26) $+13$, y siéndo de 117, y de 26, lo será de 143 ó de $117+26$.

NOTA 1.ª Cuando el último divisor es la unidad, es señal de que las dos cantidades no tienen otro máximo comun divisor que 1, en cuyo caso se dice que los dos términos del quebrado son números *primos entre si.*

El quebrado $\frac{3}{8}$ es *irreductible* porque los números tres y ocho son *primos entre si.*

Id. 2.ª Aquellos números que tomados parcialmente, no tienen otro divisor que ellos mismos ó la unidad, son dichos *números primos*; tales son, 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 &c.

LECCION IX.

Sumar y restar quebrados.

33. Para comparar quebrados distintos, es preciso primeramente reducirlos á una misma especie, transformandolos en otros equivalentes que tengan un deno. minador comun; lo que se obtiene del modo siguiente. Multipliquense todos los denominadores entre si y se

tendrá el denominador comun. Multiplíquese el numerador por el producto de los denominadores de los demas quebrados, y se tendrá el nuevo numerador correspondiente á cada quebrado.

Sean los quebrados $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{7}{8}$ que hubiese que reducir á un comun denominador.

64	72	84	Multiplico el 3 por el 4 y por el 8 y tengo el denominador comun 96. Multiplicando el 2 por el 4 y por el 8 tengo 64, numerador del 1r. quebrado. &
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	
	96		

Los tres quebrados $\frac{64}{96}$, $\frac{72}{96}$ $\frac{84}{96}$ son equivalentes á $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$; pues son el resultado de haber multiplicado los dos terminos de estos ultimós por unas mismas cantidades (num. 30, *consecuencia segunda*); en efecto:

$$\frac{2}{3}=\frac{2.4.8}{3.4.8}=\frac{64}{96} \qquad \frac{3}{4}=\frac{3.3.8}{4.3.8}=\frac{72}{96}$$

$$\frac{7}{8}=\frac{7.4.3}{8.4.3}=\frac{84}{96}$$

NOTA 1.ª A veces se proporcionan algunos métodos mas abreviados y fáciles de reducir varios quebrados à un comun denominador. El uso y lo que llevamos dicho acerca de los quebrados, bastará para hacérnoslos percibir.

Por ejemplo, si tuviesemos los quebrados $\frac{3}{6}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{8}$ sería fácil, á primera vista, reducirlos á octavos:

$$\frac{3}{6}=\frac{4}{8}, \quad \frac{1}{4}=\frac{2}{8}, \quad \frac{5}{8}=\frac{5}{8},$$

2.ª Convendrá pues conocer si un quebrado puede reducirse á la especie de un denominador dado: lo que se obtiene multiplicando el numerador por el denominador propuesto; este producto se parte por el denominador antiguo, y se tiene el numerador correspondiente al nuevo quebrado.

3 *sextos* reducidos á *octavos*, serán [3.8]: 6, = 4, que deben ser *octavos*; porque como un quebrado es una particion indicada, multiplicando el 3 por 8 se han reducido los enteros del dividendo á octavas partes de la unidad.

34. Si los quebrados son de una misma especie, es decir corresponden á cantidades homogéneas y tienen un mismo denominador; se suman ó restan como enteros (núm. 27), y lo propio sucede con quebrados distintos, despues de haberlos reducido á un comun denominador, (núm. 33.)

LECCION X.

Multiplicar y partir quebrados.

35. Como el *multiplicar* es tomar el multiplicando las veces que indica el multiplicador, cuando este sea $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c., la operacion equivaldrá à partir por 2, por 3, &c. Y por la inversa el partir por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c., equivaldrá á buscar un factor *duplo, triplo, quadruplo* de lo que seria, si el divisor fuese la unidad; esto es, el partir equivaldrá en este caso á multiplicar por 2, por 3, &c.

$$12 \cdot \tfrac{1}{3} = 12 : 3 = 4 \qquad 4 : \tfrac{1}{3} = 4 \cdot 3 = 12$$
$$\tfrac{3}{4} \cdot \tfrac{1}{2} = \tfrac{3}{4} : 2 = \tfrac{3}{8} \qquad \tfrac{3}{8} : \tfrac{1}{2} = \tfrac{3}{8} \cdot 2 = \tfrac{3}{4} \text{ (núm. 30.)}$$

36. De ahi se sigue que para multiplicar un quebrado por otro, se multiplican los numeradores entre sí, y se tiene el numerador del producto; luego se multiplican los denominadores entre sí, y se tiene el denominador del producto.

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{[4.2]}{[5.3]} = \frac{8}{15}$$

$\frac{2}{3}$ es igual $\frac{1}{3}$ mas $\frac{1}{3}$ ó 2 veces $\frac{1}{3}$, por lo que multiplicar por $\frac{2}{3}$ equivaldrá á multiplicar por 2, y partir por 3. Multiplicando el numerador del multiplicando por 2: se obtiene lo primero, multiplicando el denominador por 3 se obtiene lo segundo [núm. 30, *consecuencia* 1.ª]

NOTA. Los quebrados de quebrados se reducen á quebrados de la unidad haciendo la misma operacion que para el multiplicar. $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$, equivale á decir: *tómese la mitad de* $\frac{2}{3}$; luego serán 2 *sextos.*

37. Tambien se sigue de lo dicho anteriormente [núm.

35] que para partir un quebrado por otro se multiplica el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y se tiene el numerador del cociente; luego se multiplica el denominador del dividendo por el numerador del divisor y se obtiene el denominador del cociente.

$$\frac{8}{15}\ \frac{2}{3} = \frac{[8.3]}{[15.2]}, \text{ esto es } \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

Siendo el divisor $\frac{2}{3}$ ó 2 veces $\frac{1}{3}$, la operacion se reducirá á partir por 2, que se consigue multiplicando por este número el denominador del dividendo, y á multiplicar por 3 el quebrado, ò lo que dá lo mismo su numerador.

NOTA 1.ª Si tuviese el dividendo ó divisor, enteros y quebrados. es fácil reducir los enteros á la especie de sus quebrados [núm. 28, *consecuencia*], y usarlos en esta forma para cualquiera de las operaciones indicadas.

2.ª A los enteros se les puede dar siempre la forma de quebrado, poniéndoles por denominador la unidad.

LECCION XI.

Números complexòs ó denominados.

38. La comodidad para el comercio y la facilidad para la inteligencia mutua en el trato social, ha hecho sentir la necesidad de que los hombres de unos mismos pueblos ó provincias adoptasen ciertas unidades constantes y de convenio recibido, para expresar el peso y medida de las cosas, y tambien las monedas ó valor de estas.

Tales son: *la arroba, la libra, la onza &c.* para el peso; *la vara, el pie, la pulgada &c.* para la medida (*), *y el peso, el real ó la onza de oro*, para la moneda.

Pero el órden de distribucion hará ver que la subdivision exacta de unas unidades en otras proporciona la mas pronta reparticion de los objetos.

Asi { 1 *vara*=3 *pies ó tercias* y tambien 1 *vara*=4 *cuartas*.
1 *pie*=12 *pulgadas*, 1 *pulgada*=12 *lineas*, 1 *linea* =12 *puntos*.

{ 1 *quintal*=4 *arrobas*, 1 *arroba*=25 *libras*, 1 *lib.*=16 *onzas*.
1 *onza*=16 *adarmes*, 1 adarme=36 *granos*.

{ 1 *onza de oro*=2 *medias onzas*=4 *doblones ó reales de oro*=8 *medios de oro ó escudos*.
1 *onza de oro*=16 *pesos en plata*; 1 *peso*=8 *reales*, 1 *real*=2 *medios*=4 *cuartillos*.

Eso supuesto, entendemos por *números complexós* ó *denominados*, aquellas cantidades que expresan por medio de unidades superiores unidas con otras inferiores, 16 *varas* 2 *pies* y 8 *pulgadas*, es número *complexo* ó *denominado*.

CONSECUENCIA. Los números denominados no son pues otra cosa que enteros unidos á quebrados de denominador conocido.

$$1 \text{ } pié = \frac{1}{3} \text{ de vara} \quad 1 \text{ pulgada} = \frac{1}{12} \text{ de pié} =$$

$$\frac{1}{12} \text{ de } \frac{1}{2} \text{ de vara} = \frac{1}{35} \text{ de vara.}$$

luego: 16 *varas* 2 *pies* y 8 *pulgadas* = 16 *varas* $\frac{2}{3}$ *y* $\frac{8}{36}$.

(*) Para la medida de estension suele emplearse *la cuadra, cuarto de tierra* ó cuadrilongo de una *vara* de frente con 72 de fondo, equivalente á 72 varas cuadradas. Las *pipas, barriles, cuartas, frasco*....indican una capacidad propia para contener líquidos y sirven para medicion de estos; igualmente que la *fanega* y *cuartilla* indican la cantidad de cosas de grano, y las *cargas* para la leña, yerva, ú otros objetos de grueso volúmen &c.

39. Cualquiera quebrado comun se puede convertir en número denominado, reduciéndo el numerador á la especie inferior inmediata (número 19) y partiéndo en seguida por el denominador.

Estimese en *reales, médios reales, cuartillos, décimas* y *centésimas* de cuartillo el quebrado de peso, *cinco séptimos*.

5 8 ——— 40 rs. | 7 5	5 *reales* 1 *médio* 0 *cuartillo*, 857......
——— 10 *médios* 3 2 ——— 6 *cuartos* 60 40 50	ESPLICACION. 5 *séptimos* de peso, son (5 *pesos*: 7)=(40 *reales*: 7). Salen 5 *reales* en el cociente, y el resíduo 5, que convertido en médios, serán 10. Parto los *médios* por 7, y sale 1 *médio* en el cociente y por resíduo 3 *medios*=6 *cuartillos*, que no son partibles por 6. Los convierto en decimales y salen en el cociente. 0, 857 *de cuartillo*.

$\frac{5}{7}$ de *peso*=5 *reales* 1 *médio* 0 *cuartillos* y 86 *centésimas* de cuartillo.

40. Considerando los números complexos como quebrados no puede ofrecer ninguna dificultad el encontrar su suma, resta, producto ó cociente

$$\left\{ \begin{array}{l} (3 \textit{ pesos } 2 \textit{ reales}) + (19 \textit{ ps. } 7 \textit{ rs.}) = (3 \textit{ ps. } \frac{2}{8}) \\ \qquad (+ (19 \textit{ ps. } \frac{7}{8}) = \frac{26}{8} + \frac{159}{8} = \frac{185}{8}. \\ \qquad \text{y } \frac{186}{8} \text{ } 23 \textit{ ps. } 1 \textit{ rs. } (\text{núm. } 39). \end{array} \right.$$

$(23 \textit{ ps. } 1 \textit{ rs.}) - (3 \textit{ ps. } 2 \textit{ rs.}) = \frac{185}{8} \text{ de } \textit{ps.} - \frac{26}{8} = \frac{159}{8}$ 19 *pesos* 7 *reales*.

NOTA. Hay sin embargo otros métodos mas expeditos para operar en el sumar, restar, multiplicar y partir denominados. Ellos dan asunto á las tres siguientes lecciones.

LECCION XII.

Sumar y restar denominados.

41. Teniendo cuidado en escribir las distintas unidades de los complexos, cada clase bajo su respectiva, se sumarán ó restarán estas clases, y el resultado será la suma ó diferencia total.

EJEMPLO.

Sumar.

53 varas	1 pie	8 pulgadas
9 "	0 "	2 "
5 "	1 "	1 "
67 varas	2 pies	11 pulgadas

Restar.

117 pesos	6 reales	$\frac{1}{2}$
19 "	4 "	
98 pesos	2 reales	$\frac{1}{2}$

42. Pero si al sumar las unidades de cada especie, resulte en la suma parcial, un número proporcionado para dar una ó mas unidades de la especie superior inmediata, se hará la reducion [núm. 24,] y el cociente serán las unidades, que deberán llevarse á la especie á que pertenezcan.

Arrobas.		*Libras.*		*Onzas.*
108	"	13	"	5
92	"	23	"	14
83	"	24	"	8
7	"	19	"	
16	"	8	"	13
309	"	14	"	8
223		2		0

Sumo las onzas, y tengo 40. Parto 40 por 16 (núm. 40), y salen 2 *libras* con 8 *onzas* de residuo que las escribo—Llevo 2 á la columna de las libras, cuya suma, con las 2 que llevo, asciende á 89. Parto 89 por 25 [núm. 40], y saco el cociente 3 y el residuo 14. Escribo 14 *libras* y llevo 3 á la columnna *arrobas*—3 que llevo, y 8, 11 &c.

NOTA. La prueba del sumar denominados se hace como en los enteros [núm. 12], sin mas diferencia que la que es consiguiente á las diferentes clases de unidades.

En el presente ejemplo despues de sumadas las arrobas y ver que restadas de 309 dan diferencia 3; convierto estas tres arrobas sobrantes en libras, y resultan en 75,

que con los 14 de la suma componen 89. Sumo las libras, y salen 87; restando de 89, sobran 2 libras que convertidas en ónzas darán 32. Agrego á 32 onzas las 8 de la suma, y como sumando las onzas sale igualmente el número 40, infiero que no hay error en la suma encontrada.

43. En la substraccion acontece frecuentemente que algunas de las clases del restando es menor que la respectiva del restador, en cuyo caso habrá que acudir á la especie superior inmediata para sacar la unidad que se reducirá á unidades de menor especie (núm. 19), y se agreg rán á las de igual clase en el estado.

19 *pesos*	3 *reales.*	
8 "	6 "	$\frac{1}{2}$
10 "	4 "	$\frac{1}{2}$

El restador tiene *medio real* que no pue e restarse de 0 *medios reales.* Saco 1 real de los tres, que vale 2 medios; de $\frac{1}{2}$ á 2 medios va $\frac{1}{2}$ que lo escribo.—En el restando quedan 2 reales no mas, cantidad menor que 6: saco 1 peso del 9 que vale 8 reales, y 2 son 10. De 10 quitando 6 quedan 4.—Finalmen- de 8 á 18 van 10.

NOTA. La prueba del restar denominados es análoga á la que se hace en la resta de los enteros [núm. 12].

13 *art.*	0 *lib.*	7 *onz.*	2 *ad.*	$\frac{1}{2}$	
8 "	19 "	13 "	1 "	$\frac{3}{4}$	Cantidades parciales.
4 "	5 "	10 "	0 "	$\frac{3}{4}$	
13 "	0 "	7 "	2 "	$\frac{1}{2}$	Suma.

LECCION XIII.

Multiplicar los complexos.

44. Hecha bien la distincion de cual, de los dos factores que han de componer un producto, es el verdadero multiplicando y cual el multiplicador (núm 14);

si aquel fuese complexo y este constase de un simple guarismo, se encontraria brevemente el producto empezando la multiplicacion por las especies inferiores y reduciéndolas succesivamente á las superiores.

[6 varas] á [11 *pesos* 7 *reales* y ½ la vara]

11 *p.*ª	7 *r.*ª	½
		6
71 „	5 „	0

6 *varas* á ½ importan 6 *medios*=3 *reales*; escribo 0 medios y llevo 3—6 *varas* á 7 *reales* importan 42 reales, y 3 que llevo son 45 reales=5 *pesos* y 5 *reales*; escribo 5 y llevo 5—6 por 11, 66, y 5 son 71

La inversa sucede para partir un número complexo por un divisor abstracto de un solo guarismo. Se empezará la division por las unidades de especie mas alta; el residuo se reducirá á la especie inferior inmediata agregando las correspondientes que hubiese en el dividendo, y asi se continuará hasta la especie menor.

$$(71\ \textit{pesos}\ 5\ \textit{reales}) : 6 = 11\ \textit{pesos}\ 7\ \textit{reales}\ \left[\frac{3}{6} = \frac{1}{2}\right]$$

Parto 71 por 6 y salen 11 y el residuo 5 *pesos*, que convertidos en reales serán 40. Dichos 40 *reales* unidos á los 5 del dividendo componen 45, que partidos por 6 dan 7 *reales* y ½.

45. Pero siendo siempre número entero el multiplicador y denominado el multiplicando, la regla general para encontrar el resultado es multiplicar el primero por todas las diversas partes del segundo, empezando por las de mayor valor; y luego sumar los productos parciales que se hubiesen escrito, para obtener el producto total.

	6 *p.*	2 *rs.*
	19	
	114 *ps.*	
Por 2 *rs.*	4 *ps.*	6 *rs.*
	118 *ps.*	6 *rs.*

Sean 19 *varas* de cierto género, á 6 *pesos* 2 *reales* la vara. El multiplicando es la cantidad *pesos* y *reales* [núm. 19]. De consiguiente 19 *varas* á 6 *pesos* importarian 114 *pesos:* pero como cada vara cuesta 2 *reales* mas, igual 2 *octavos* ó 1 *cuarto* de peso, resulta que habrá que agregar, al producto anterior, el producto de 19 por ¼ de peso, es decir 19 *cuartos* de peso=4 *pesos* 6 *reales* [núm. 39.]

NOTA. primera. Cuando las partes del multiplicando no pueden representarse por un quebrado sencillo que tenga por numerador la unidad, se descomponen del modo que parezca mas conveniente para obtener este resultado, aumentando el número de productos parciales.

[13 *varas*] á [11 *pesos* 7 *reales* y ½]

	11 *ps.*	7 *rs.*	½
	13		
	33 *ps.*		
	11		
Por 4 *rs.*......	6 „	4 „	
Por 2 *rs.*......	3 „	2 „	
Por 1 *rl.*......	1 „	5 „	
Por ½ *rl.*......	0 „	6 „	½
	155 „	1 „	½

Multiplico 13 por 11—Para obtener el valor correspondiente á 7 *reales*, descompongo el 7 en [4 *mas* 2 *mas* 1], es decir ½, ¼ y ⅛ de peso; por cuyo medio encontraré el resultado que busco sacando la mitad de 13, por ½ ó 4 *reales*; la mitad del valor relativo á ½, por ¼ ó 2 *reales;* y la mitad del valor relativo á ¼, por ⅛ ó un *real*—Por último sacando la mitad del valor relativo á un *real*, tendré la parte que debo añadir á los productos anteriores á causa del ½ que hay en el multiplicando.

45. Puede suceder que el multiplicador sea número complexo. En este caso se operará de un modo análogo al que indica el número anterior; la única prevencion que hay que hacer, es que cuando el multiplicando es tambien denominado, los divisores parciales correspondientes al multiplicador deben partir á todo el multiplicando.

PRIMER EJEMPLO.

(13 *varas* 2 *pies* 10 *pulgadas* y $\frac{1}{8}$) á (11 *pesos* la vara).

11 *pesos* 14 *varas* 2 *ps.* 10 *ps.* $\frac{1}{8}$ ———————— 33 *ps.* 11 Por 1 pc...3 „ 5,3333.... Por 1 pc...3 „ 5,3333.... Por 6 ps...1 „ 6,6667.... Por 3 ps...0 „ 7,3333.... Por 1 pa...0 „ 2,4444.... Por $\frac{1}{8}$ ..0 „ 0,3056.... ———————— 153 „ 3,4166....	Multiplicando 13 por 11 se tendrá lo que importan las 13 *varas*. Como 1 *pié* es un $\frac{1}{3}$ de vara, sacando la tercera parte de 11 *pesos*, valor de la vara, tendré el valor corresponmente á 1 pié cuyo importe estimo hasta *diezmilésimas* de real. Repitiéndo el valor de 1 pié tendré el valor de 2 piés.—10 *pulgadas*=6, 3 y 1 pulgada; pero 6 pulgadas es $\frac{1}{2}$ pié; luego su importe será la mitad del 1 pié, esto es la mitad de 3 pesos 5 reales, 3333..=1 peso 6 reales, 6666....Y así en lo demas que sigue. En la nota del número 40 se encentrará la razon de haber, algunas veces, aumentado la última cifra decimal, de la unidad.

(El siguiente ejemplo es relativo al caso de ser complexos multiplicando y multiplicador.)

SEGUNDO EJEMPLO.

(13 *varas* 2 *pies* 10 *pulgadas* $\frac{1}{8}$) á (11 *pesos* 7 *reales* $\frac{1}{2}$ la vara)

11 *ps.* 7 *rs.* $\frac{1}{2}$ 13 *vs.* 2 *ps.* 10 *ps.* $\frac{1}{8}$ ———————— 33 *ps.* 11 Por 4 *rs.*....6 „ 4 „ Por 2 *rs.*....8 „ 2 „ Por 1 *rl.*....1 „ 5 „ Por $\frac{1}{2}$ *rl.*....0 „ 6 , 5 Por 1 *pié*....3 „ 7 , 8333........ Por 1 *pié*....3 „ 7 , 8333........ Por 6 *ps.*....1 „ 7 , 9167 Por 3 *ps.*....0 „ 7 , 9683........ Por 1 *pa*....0 „ 0, 6528........ Por $\frac{1}{2}$ *pa*....0 „ 0, 3316........ ———————— 166 „ 4 , 0260........	El valor de 13 *varas* á 11 *pesos* 7 *reales* y $\frac{1}{2}$ se encontrará conforme se indicó en el número anterior (núm. 45)—Falta encontrar el importe relativo á 2 *piés* 10 *pulgadas* y $\frac{1}{8}$ de pulgada. Supuesto que una vara cuesta 11 *pesos* 7 *reales* y $\frac{1}{2}$ (ó 0, 5), 1 pié costará la tercera parte del valor de una vara, esto es 3 *pesos*, 7,8333....de real [núm. 44] Esta cantidad repetida una vez tendremos el valor de dos piés—Sacando la mitad del valor de un pié, tendremos el correspondiente á 6 pulgadas &c.

NOTA 1.ª Si por faltar alguna ó algunas clases intermédias, ó por cualquier otro motivo, no fuese fácil establecer un orden convenien'e de divisores, se imaginarán, en las especies subordinadas del multiplicando, ó multiplicador, algunas unidades que no hubiere, y que servirán de escala para encontrar los valores de las demas partes. Pero será preciso señalar ó borrar para la suma, el producto parcial relativo á las unidades no conocidas en los factores.

[13 *varas* y 5 *pulgapas*] á [10 *pesos* la vara].

10 *pesos* 13 *vs.* 5 *pulg.* ——————— 0 130 *ps.* Por 1 *pié* ....3 * ,, 2 * , 667 * Por 4 *pulg* ....1 ,, 0 , 889 Por 1 *pulg* ....0 ,, 2 , 222 ——————— 131 ,, 3 , 111....	Para poder sacar facilmente el valor correspondiente á 5 *pulgadas* he tenido que suponer la existencia del pié, de cuyo valor respectivo he sacado la tercera parte y he obtenido el importe de 4 *pulgadas*. La cuarta parte de este último valor era el de 1 *pulgadas*.—Sumo todos los productos parciales excepto el correspondiente á 1 *pié* supuesto.

NOTA. 2.ª Hubiéramos podído haber buscado los productos parciales sirviéndonos de los quebrados comunes; pero desde que las decimales los reemplazan tan ventajosamente, ellas son de un uso constante en el cálculo, y haria mirar como ridiculo capricho el caminar por la escabrosa senda de los quebrados mientras que las decimales presentan un camino tan llano y facil en el curso de cualesquiera operaciones.

En el ejemplo de la nota anterior hubieramos tenido por un *pié*....
3 pesos 2 *reales* y $\frac{2}{3}$—por 4 *pulgadas*....1 *peso* 0 *reales* y $\frac{2}{9}$—y por 1 *pulgada*....0 *pesos* 2 *reales* y $\frac{2}{36}$

LECCION XIV.

Partir los quebrados.

47. Si lo que se busca es el multiplicador y de consiguiente dividendo y divisor son de una misma especie, se podrá no hacer alto en los denominadores [núm. 40] son reducirlos ámbos á la clase inferior.

Se han invertido 153 *pesos* 3,416666....*de real* en un número de varas de cierto género que se han pagado á razon de 11 *pesos* la vara. Pregúntase ¿cuantas varas se han comprado? Reduciéndo todo á reales y decimales tendremos:

Dividendo 153 pesos 3 reales, 4166....=1227,4166666.
Diviser 11 *pesos*.....................= 88,0000000.

Parto una por otra estas dos cantidades (número 41) y estimo el residuo de las varas [número 51] en pies, y el de los pies en pulgadas; salen en el cociente: 13 *varas* 2 *piés* 10 *pulgadas* y por residuo de las pulgadas la serie 1099999. 9 cuyo límite es 11, es decir que hay que añadir al cociente 11: 88 = $\frac{1}{8}$.

48. Pero cuando se busca el multiplicando, podrá encontrarse el cociente sin necesidad de reducir el dividendo á su menor especie. En este caso si el divisor no es complexô, se van partiendo todas las clases del dividendo por el divisor dado (núm. 44): y si este es complexo, se reduce el divisor á un quebrado de forma irreductible despues de lo cual se multiplica el dividendo por el denominador del divisor y se parte el producto por el denominador (véase el partir quebrados número 37).

PRIMER EJEMPLO.

Por 155 *pesos* 1 real y $\frac{1}{2}$ se han comprado 13 *varas* de cierto género; ¿á cuanto sale la vara?

155 *ps.* 1 *rl.* $\frac{1}{2}$ 25 12 8 ——— 97 *reales* 6 2 ——— 13 *medios* 0	13 ——————— 11 *ps.* 7 *rs.* $\frac{1}{2}$	Parto los *pesos* y salen 11. El residuo 12 lo reduzco á *reales* agregando el real del dividendo, y tengo 97—Parto 97 por 13 y salen 7 y el residuo 6 que reduzco á *medios*—12 medios y 1 del dividendo son 13, que partidos por 13 dan 1 en el cociente.

SEGUNDO EJEMPLO.

Por 166 *pesos* 4, 026 *de real* se han comprado 13 *varas* 2 *pies*, 10 *pulgadas* $\frac{1}{8}$ de cierto género: ¿á cuanto sale la vara?

Reduciendo el divisor á la especie de *octavos* de pulgada=8.12.3 *avos* de vara; tendrémos que el divisor será $\frac{4017}{288} = \frac{1339}{96}$. Multiplico pues el dividiendo por 96.8.6.2 y parto el resultado por 1339.

166 p. 4 r., 026..	15984 p. 2, 49....	1332
8	2594	11 p. 7 r. ½
1332 „ 0 , 208..	1255	
6	8	
7992 „ 1 , 248	10042 *reales*	
2	669,49...cuyo limite es : 669,50	
15984 „ 2 , 496..	Añádase al cociente (669,5 :) 1339 = ½	

SECCION TERCERA.

LECCION XV.

Decimales.

49. Del mismo modo que duplicando de continuo la unidad se forman nuevas unidades á las cuales se han dado los nombres de *decenas*, *centenas* &c. Asi mismo se ha concebido la unidad dividida en diez partes, que se llaman *décimas*, *centésimas*, *milésimas* &a.

Pues los guarismos andando de la derecha á la izquierda tienen valores relativos de diez en diez veces mayores; ó andando de la izquierda á la derecha valores relativos diez veces menores.

Se distinguen por una coma las unidades principales de los quebrados decimales que los siguen; asi el cómputo de los güarismos 24,75 indicará 24 unidades, 7 décimas y 5 centésimas, ó 75 centésimas. 9,478 indicarán 9 unidades, 4 decenas, 7 centenas y 8 milésimas, ó 478 milésimas. 249,097056 representan 249 unidades mas 7056 milésimas, á razon de los dos ceros que rechazan los primeros guarismos á un valor cien veces menor.

REGLA GENERAL.

Para espresar en cífras una cantidad decimal, anunciada en lenguaje vulgar se empieza por escribir las unidades principales, y despues de la coma, y á su derecha, los guarismos que representan los décimas, centésimas &c. teniendo cuidado de suplir por los ceros à los ordenes que faltan.

Si no hay unidades principales, se coloca un cero en lugar de ellas, asi diez y siete centésimos se representarán por 0,17.

50. El quebrado ordinario se representa por dos números separados por una rayita (núm. 26) llamado numerador y denominador; aqui la coma tiene lugar de denominador—"que es supuesto igual á la unidad acompañada por "tantos ceros como hay guarismos decimales." El numerador se compone—"del conjunto de los guarismos colo- "cados á la derecha de la coma."

$$4\ \frac{23}{1000}\ \text{permutan en } 4{,}053.$$

CONSECUENCIA. Resulta de esto que si en un quebrado decimal se adelanta la coma con una ó mas cifras hácia la derecha se multiplica la cantidad por diez, ciento, mil &c. y que en el caso contrario se divide la misma suma por diez, ciento, mil &c.

Sea el número 153,07295, que representa 153 unidades mas 7295 cien milésimas y supongamos que se coloca la coma tres cifras mas á la derecha, tendrémos 153072,95 ó 153072 unidades mas 95 centésimas. La cantidad espresada de este modo será cien veces mas considerable. Si, al contrario hacemos retrogradar la coma dos cifras hácia lá izquierda tendrémos 1,5307295, ó 1 unidad mas 5307295 diez milionesimas, lo que es cien veces menos que 153,07295.

La suma de una cantidad cualquiera de ceros, á la derecha de un quebrado decimal no cambia su valor.

3,415 son iguales á 3,4150; á 3,41500: á 3,415000, los que no son diferentes de

$$\frac{3415}{1000}\ ó\ \frac{34150}{10{,}000}\ ó\ \frac{341500}{100{,}000}$$

Esta transformacion sirve para reducir los quebrados decimales al mismo denominador.

EJEMPLO: 12,407 + 0,25, + 7,456. + 23,4. Son idénticos á 12,4070. + ,0456 + 23,4000, y con esta forma tienen todos el número 10000 por denominador comun.

51. El principal oficio de los decimales es facilitar la apreciacion de lo que sobra en la particion, cuando el divisor no está comprendido un número cabal de veces en el dividendo.

Si se quiere apreciar el cociente de 134 partido por 93, hasta ménos de una *diezmilésima*, tendrémos:

134 410 380 800 56	93 ——— 1,4408	Parto 134 unidades por 93, y sale al cociente 1 y por residuo 41. Multiplico 41 por 10. y tengo que 41 unidades, que sobran son 410 *décimas*. Parto 410 décimas por 93, y salen 4 décimas por cociente y 38 como residuo; y prosigo en este órden hasta obtener el cociente 1,4408.

CONSECUENCIA. De lo dicho se infiere que como una fraccion no es otra cosa que una particion indicada (núm. 28), todo quebrado comun puede reducirse á decimal agregando ceros al numerador y partiendo el producto por el denominador.

NOTA. 1.ª Si ocurriese convertir un quebrado decimal en otro denominador dado, se operará á la inversa; se multiplicará el quebrado decimal por el denominador propuesto y se partirá el resultado por el denominador de la cantidad decimal [núm. 33, *nota* 2.ª]

Redúzcase 0,375 á *octavos*, y serán $\frac{3}{8}$.

$$0{,}375 = \frac{375}{1000}\ 375 : 1000; \text{ pero } 375 \textit{ enteros} = \frac{(375)8}{8} = \frac{3000}{8}$$

$$\text{luego: } 0{,}375 = 375 : 1000 = \frac{3000}{8} : 1000 = \frac{3000 : 100}{8}$$

$$= \frac{3}{8}$$

2.º Cuando se desprecian algunas decimales, se suele aumentar la unidad á la última decimal escrita si la inmediata inferior que deberia seguirle fuese 5 ó un número mayor.

Así estimando hasta las *milésimas* en el cociente de 134:93, será mas aproximado 1441 que 1,440.

LECCION XVI.

Sumar, restar, multiplicar y partir decimales.

52. Atendiendo á que las decimales son unos quebrados de denominador conocido, cuya reduccion es siempre fácil, no tendrémos trabajo en hacer con ellas las mismas operaciones que con los demas quebrados. Los siguientes ejemplos nos lo manifestarán á las claras.

Adicion de las decimales—

0,8021 0,5 0,098 0,876 ——— 2,2761	8021 *diezmos.* 5000 *diezm s.* 980 *diezmos.* 8760 *diezmos.* ——— 22761 *diezmos.*	Este ejemplo hace ver que para sumar varias cantidades decimales, basta escribir cada especie bajo su correspondiente, y luego sacar la suma como en los enteros [*Leccion* 3.ª]

Substraccion de las decimales.

0,7 0,062 ——— 0,638	700 *milesimas.* 62 *milésimas.* ——— 638 *milésimas.*	Teniendo cuidado en escribir las décimas bajo las décimas, las centésimas en 2.º lugar &c., se encontrará la diferencia entre dos cantidades decimales del mismo modo que para los enteros (*Leccion IV.*)

Multiplicacion de las mismas.

$$(0{,}925) \cdot (0{,}81) = \frac{925}{1000} \cdot \frac{81}{100} = \frac{[925]\ [81]}{100000} = 0{,}74925$$

925
81
———
925
7400
———
74925 | 100000
| ———
| 0,74925
[Véase el n.° 39.]

Es decir que dos cantidades decimales se multiplican como enteros sin hacer caso de la coma; y luego se separan, en el producto, tantos guarismos, para decimales, cuanto fuese el número de decimales que hubiese en ambos factores. En el presente ejemplo salen *cinco* decimales en el producto por haber *tres* en el multiplicando y *dos* en el multiplicador.

Particion de las mismas.

$$(0.74925):(,0185)=\frac{74025}{100000}:\frac{1925}{1000}=\frac{74925}{925}\cdot\frac{1}{100}=\frac{81}{100}=0{,}81$$

7492.5 | 925
925 | ———
000 | 81

81 | 100
| ———
| 0,81

(Véase el núm. 39.)

Es decir que para partir una cantidad decimal por otra se prescinda de la coma, cuidando únicamente de separar, en el cociente, como parte decimal, tantos guarismos cuanto fuese el esceso de las decimales, del dividendo sobre las del divisor. En el ejemplo que acompañamos salen dos decimales en el cociente; pues cinco que tiene el dividendo menos tres que tiene el divisor, son dos correspondientes al cociente.

CONSECUENCIA. Bien se hecha de ver que cuando dividendo y divisor contengan igual número de decimales, en el cociente saldrán enteros. Pero si por haber suprimido algunos ceros finales de la parte decimal, fuesen menos las decimales del dividendo que las que contuviese el divisor, será preciso restablecer los ceros que faltan al dividendo hasta completar, á lo menos el número de decimales para igualar al divisor.

(0,3) . 2=0,6 (0,6) : (0,3)=2
(0,25) . 4=1,00=1 1 : (0,25)=100 : 25=4

53. Como el órden bajo el cual disminuyen de valor los guarismos de la parte decimal, á medida que se le alejan de la coma, es el mismo en que aumentan los enteros que mas distan de ella; resultará que si las cantidades propuestas contien en enteros y decimales, se procederá en un todo como indica el número anterior.

Sumar.	*Restar.*	*Multiplicar.*	*Partir.*
8,19	41,08	35,03	94,58.1 | 35, 03
17,046	9,123	2,7	24 52 1 | ———
53,87	———	———	0000 | 2 , 7
———	31,957	24521	
79,106		7006	
		———	
		94,581	

NOTA. Cada cantidad representa en este caso un quebrado impropio.

$$35{,}03=35.\frac{3}{100}=\frac{3503}{100}$$

LECCION XVII.

De las proporciones y regla de tres.

54. Si los hombres estuviesen ejercitados, desde su principio, en la analisis ó exámen de las cosas; seria inútil cuanto aqui podemos añadir tocante á la aritmética, conteniendo las lecciones anteriores las operaciones en que estriva la resolucion de los *problemas*. [*] Pero entonces cada uno tendria que hacerlo todo de por si, y entregado á sus propias fuerzas quizas no llegaria al resultado con aquella brevedad que pudiera mediante el auxilio de algunas observa-

[*] Un *problema* es la averiguacion de un resultado que uno se propone encontrar por medio de ciertos datos conocidos. En la aritmética suelen algunos llamar *reglas* á los problemas.

ciones. Por esta razon nos detendrémos en los casos de mas frecuente uso. Entre ellos merecen particularmente nuestra atencion los problemas semejantes al siguiente.

PROBLEMA.

6 hombres ganando todos igual salario, reciben al fin del dia 9 pesos por su trabajo; se pide: ¿siendo 12 los hombres que deben trabajar con igual condicion, cuanto habrá que abonarles al dia?

Es evidente que siendo la ganancia de 6 *hombres*, 9 *pesos*; cada uno ganará (9 partido por 6) = 1 y $\frac{1}{2}$ *pesos*. Luego á 12 *hombres* les corresponderá (12 multiplicando por 1 $\frac{1}{2}$) = 18 *pesos*.

NOTA. Como la ganancia individual es siempre la misma, él aumento del valor total de pesos será relativo al aumento de los trabajadores; es decir que.... si 2 *hombres*.......ganan........3 *pesos*;

4=[2 . 2] *hs*..... ganarán.... [3 . 2] = 6 *pesos*.
6=[2 . 3] *hs*..... ganarán.... [3 . 3] = 9 *ps*.
8=[2 . 4] *hs*..... ganarán.... [3 . 4] = 12 *ps*. &c.

En este caso decimos que los *pesos* aumentan en la misma razon que los *trabajadores*, y son *términos proporcionales* ó que estan en *proporcion*.

55. Cuatro términos son proporcionales siempre que aumentan ó disminuyen bajo una misma razon; es decir que partiéndo los dos primeros, uno por otro, sale un cociente igual al que resulta de partir los dos últimos.

6, 12, 9 y 18 estan en proporporcion, porque $\frac{12}{6} = \frac{18}{9}$

Luego para que várias cantidades estén en proporcion debe poderse formar con ellas, cuando menos, dos quebrados iguales. Los dos términos de cada quebrado componen una *razon*; el primer término de la razon se llama *antecèdente*, y el segundo *consecuente*.

NOTA PRIMERA. En adelante escribirémos siempre el consecuente como numerador.

2.ª Indicarémos que cuatro cantidades son proporcionales del modo siguiente.

6 : 12 : : 9 : 18....se lee....6 *es á* 12, *como* 9 *es á* 18.

Se entiénde que: el 6 está contenido en el 12 tantas veces como el 9 en el 18.

56. Siendo cuatro términos proporcionales, el producto de los términos extremos es igual al de los medios. Porque como las dos razones ó quebrados deben ser iguales, reducidos estos á un comun denominador darán por numeradores equivalentes los productos indicados.

Si..6 : 12 : : 9:18...... $\frac{12}{6} = \frac{18}{9}$.. ó... $\frac{[12.9]}{[6.9]} = \frac{[18.6]}{[6.9]}$,

Pero como dos quebrados de igual especie se comparan por medio de los numeradores equivalentes [núm. 33], resulta:

$$12 \cdot 9 = 18 \cdot 6.$$

CONSECUENCIA 1.ª Si los cuatro términos no fuesen proporcionales, el producto de los extremos no seria igual al de los medios.

2.ª Cuatro términos serán siempre proporcionales, de cualquier modo que se dispongan, como el producto de los extremos sea igual al de los medios.

Sea la proporcion......6 :	12 : : 9 : 18 ......[1.ª]
Habrá proporcion *alternando*. 6 :	9 : : 12 : 18 .....[2.ª]
Invirtiendo el órden de la 1.ª	12 : 6 : : 18 : 9.
Alternando.................	12 : 18 : : 6 : 9.
Invirtiendo en el órden de la 2.ª	9 : 6 : : 18 : 12.
Alternando.................	9 : 18 : : 6 : 12.
Invirtiendo................	18 : 9 : : 12 : 6.
Alternando.................	18 : 12 : : 9 : 6.

57. Dados los tres términos de una proporcion se puede encontrar el cuarto, multiplicando los dos medios entre si y partiendo el producto por el primero; pues que los productos del 1.° y 4.° y del 2.° y 3.° han de ser iguales [núm. 56]. Esta operacion es llamada *regla de tres*.

En el problema propuesto se dará: si 6 *hombres* ganan 9 *pesos*, 12 ganarán x *pesos* [indicando por x el número que se ignora],

esto es:...$6 : 9 :: 12 : x = \frac{12.9}{6} = 108 : 6 = 18$,

es decir que 12 hombres ganarán 18 pesos.

NOTA. 1.ª Lo propio sucedería si cualquiera de los términos ó todos ellos fuesen números complexos.

PROBLEMA.

Un hombre trabajando en cierta obra 2 dias y ½ ha ganado 6 pesos 3 reales y ½: pregúntase ¿trabajando del mismo modo, para ganar 10 pesos 6 reales, cuantos dias tardará?

(6 *ps.* 3 *rs.* ½.): (2 *dias* ½) : : (10 *ps.* 6 *rs.*): x =(430: 103) esto es, tardaria.... 4 *dias* y 18 *ciento y tres avos* de dia.

2.ª Los verdaderos términos de una razon son en rigor aquellos que son de una misma especie. Bajo ese concepto, se observará que:

el término *menor* de una especie ó razon,
es al término *mayor* de la misma;
como el término *menor* de la segunda especie ó razon,
es al *mayor* de su correspondiente.

LECCION XVIII.

Regla de tres indirecta.

58. Sea el problema propuesto el siguiente:

PROBLEMA.

6 hombres para hacer cierta obra han tardado 30 dias; pregúntase ¿12 hombres trabajando de igual manera, en cuantos dias acabarian la misma obra?

Reflecsionando acerca de la pregunta, echaremos de ver que *mas* hombres concluirán la obra en *menos* dias que los primeros. Luego teniendo presente la nota 2.ª del número anterior resultará:

6 *hombres* : 12 *hombres* : : x *dias*: 30 *dias*;

è invirtiéndo....$12 : 6 :: 30 : x = \frac{630}{12} = 15$.

Es decir que: si 6 *hombres* concluyen la obra en 30 *dias*; 12 *hombres* la concluirán en x *dias*.

ó 6 *homb.* : 30 *dias* : : 12 *homb.* : x *dia.* $= \frac{30.6}{12} = 15$

bajo cuyo orden se encuentra el *cuarto* término, multiplicando el primero por el segundo y partiéndo por el tercero.

Considerando este problema y otros de igual clase; veremos que las dos razones que lo componen están en órden inverso, ó que el mismo órden de aumento en la una es el de disminucion en la otra. Por esta razon, en estos casos decimos que la regla de tres es *indirecta.*

6 *hombres*: $\overset{<}{12}$ *hombres* : : 30 *dias* : $\overset{>}{15}$ *dias.*

Primera *razon*.... $\frac{12}{6} = 2$ Segunda *razon* $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

LECCION XIX.

Regla de tres compuesta.

59. Sea el problema que sigue el que se trata de resolver.

PROBLEMA.

6 hombres trabajando á jornal han ganado 135 pesos en 15 dias: pregúntase ¿trabajando del mismo modo, 12 hombres cuanto ganarán en 3 dias?

RESOLUCION.

6 *hombres* ganarán en 15 dias, tanto como (6.15)=90 *hombres en un dia.*

12 *hombres* ganarán en 3 *dias*, tanto como (12.3)=36 *hombres en un dia.*

De consiguiente la respuesta se reducirá á:

90 *hombres* : 135 *pesos* : : 36 *hombres* : x *pesos*= 54.

La ganancia pende de dos circunstancias ó razones del número de *hombres* ó trabajadores y de los *dias* que trabajan.

$$\frac{54}{135} = \frac{36}{90} \text{....ó....} \frac{54}{135} = \frac{12}{6} \cdot \frac{3}{15}.$$

Siempre que la razon correspondiente al término que se busca, deba igualarse con el compuesto de varias otras, la operacion es llamada *regla de tres compuesta.*

NOTA. Una regla de tres compuesta puede considerarse como el resultado de varias reglas de tres simples.

Por ejemplo, podria resolverse el problema anterior de este modo. Averigüese lo que ganarian los 12 *hombres* en 15 dias.

$$6\ \textit{hombres} : 135\ \textit{pesos} :: 12\ \textit{hombres} : x\ \textit{pesos} = \frac{(135.12)}{6}$$

Sabiendo lo que 12 *hombres* ganan en 50 *dias*, es fácil deducir cuánto deben ganar en 3.

$$15\ \textit{dias} : \frac{(135.12)}{6}\textit{pesos} :: 3\ \textit{dias} : x\ \textit{pesos} = \frac{(135.12)}{6.15} = 54.$$

Luego podrá escribirse:

$$6\ \textit{hs.} : 15\ \textit{dias} : (135\ \textit{ps.} :: 12\ \textit{hs.}\ 3\ \textit{dias} : x\ \textit{ps.} = \frac{135.12.3}{6.15} = 54.$$

2.ª La nota anterior manifiesta que escribiêndo primero todos los antecedéntes y luego todos los consecuentes de una regla de tres compuesta, con tal de que esté como último antecedente el correspondiente al término que se busca; se toman como términos médios el último antecedente con todos los consecuentes, y los demas antece entes términos primeros. Multiplicando todos los términos medios entre sí y partiendo por el producto de los primeros, se tiene el último término.

60. En una regla de tres compuesta, puede haber una ó mas razones en órden inverso. En este caso se invierten los terminos de la razon, y se procede conforme hemos indicado anteriormente.

PROBLEMA.

6 hombres, trabajando 8 horas por dia, han tardado 26 dias en abrir un foso de 65 varas de largo, 12 de ancho y 5 de profundo: pregúntase ¿cuantos dias tardarán 12 hombres, trabajando con igual fuerza, en abrir un foso de 225 varas de largo, 7 de ancho y 3 de profundo, pero empleando 9 horas al dia?

RESOLUCION.

El problema es una regla de tres compuesta. Ordenando los términos tendrémos:

longitud *latitud* *profundidad*

6 *hombres* : 65 vs. : 12 vs. 5 vs. : 8 *hombres* : (26 *dias*.

longitud *latitud* *profundidad*

:: 12 *hombres* : 225 vs. 7 vs. : 3 vs. : 9 *hombres*: x *dias*.

Examinando una por una las diversas reglas de tres de que se compone tendrémos:

Mas hombres, tardarán *ménos* dias—indirecta.
Para escavar *mas* varas se tardarán *mas* dias—
Siendo otro foso *ménos* ancho y *menos* profundo, } directas.
ménos dias.
Trabajando *mas* horas al dia, se tardarán *ménos* dias....indirecta.

Cambio los términos en las dos razones inversas y tengo:

12 : 65 : 12 : 5 : 9 : (26 :: 6 : 225 : 7 : 3 : 8 : x *dias* = 14

NOTA. La operacion puede simplificarse si se van borrando los factores comunes al total de términos medios y al total de términos primeros.

Despues de borrar los factores comunes al dividendo y divisor, la operacion queda reducida, en el ejemplo anterior, á multiplicar 7 por 2.

LECCION XX.

Regla de compañia.

61. Se entiende por *regla de compañia* el conjunto de reglas de tres ó lo que se practica para dividir una cantidad en partes que estén éntre sí en una razon dada.

PROBLEMA.

Tres comerciantes formando compañia han puesto: el 1.° 5000 pesos, el 2.°, 9600, *y el 3.°* 7000. *Quieren repartirse la ganancia total que asciende á* 6300 *pesos; se pregunta ¿qué parte le toca á cada uno?*

RESOLUCION.

El capital de la compañia ha sido: 5000 *mas* 9600 *mas* 7000, igual 21600 *pesos*. Pero la ganancia de cada uno debe ser relativa al caudal que puso, es decir que estas dos cantidades han de estar en la misma razon que la ganancia total y fondo de la compañia: Luego deducirémos las ganancias parciales diciendo:

21600 : 6300 :: 5000 : x=1458, 3333....(ganancia del 1.°)
21600 : 6300 :: 9600 : x=2800.........(ganancia del 2.°)
21600 : 6300 :: 7000 : x=2041, 6667....(ganancia del 3.°)

Ganancia total.......6300

NOTA. De un modo semejante se procederia si en lugar de haber habido ganancia hubiese resultado pérdida, ó bien si dados en el caudal total y la ganancia ó pérdida de cada individuo se tratase de averiguar la parte que puso.

62. Si el tiempo que el dinero de los socios subsiste en el fondo de la compañia no es el mismo para todos, no habrá mas diferencia que la de resultar varias reglas de tres compuestas.

PROBLEMA.

Dos personas pusieron en giro comun, la una 500 pesos y al mes añadió 300 pesos; la otra puso 600 pesos, pero á los tres meses sacó 200 pesos. Al fin del año encuentran que han ganado 630 pesos ¿cuánto le toca á cada uno?

{ El primero tuvo 500 *pesos* 1 mes y (800 *pesos* 11 meses, que equivale á haber tenido 800 *multiplicados por* 11 durante 1 mes = 8800 *pesos*.)

{ El segundo tuvo 600 *pesos*, tres meses = 1800 pesos un mes; y 400 *pesos* durante 9 meses = 3600 *pesos* en 1 mes.

Accion del primero........500 ✢ 8800 = 9300.
Accion del segundo......1800 ✢ 3600 = 5400.

Accion de ámbos.....................14700.

PROPORCIONES.

14700 : 630 : : 9300 : x...............ganancia del primero.
14700 : 630 : : 5400 : x...............ganancia del segundo.

Valores { x = 398,57142857.................
 { x = 231,42857142.................

Ganancia total......629,99999999.................
Límite de la serie....630.

LECCION XXI·

Reglas de aligacion, de interés, de descuento, reduccion de pesos y medidas, regla conjunta &c.

63. El ejemplo siguiente dará una idea de lo que llaman los aritméticos *regla de aligacion*.

PROBLEMA.

Se tiene vino de tres clases, á saber: 6 botellas de una al se cuyo precio es ha fijado á 5 reales la botella; 30 botellas de otro vino á dos reales; y 12 botellas al valor de 3 reales y ½ cada una. Se quiere hacer una mezcla con todo ¿cuál será el valor correspondiente á una botella de la mezcla?

BOTELLAS	PRECIOS	IMPORTE.
6......á........	5 *reales*........	30 *reales*.
30......á........	2 *reales*........	60 *reales*.
12......á........	3 y ½ *reales*.....	42 *reales*.
48		132 *reales*.

La mezcla contendrá 48 *botellas* cuyo importe total será de 132 *reales*. Luego cada botella sale á (132: 48)=2 *reales* y ¾

NOTA. 1.ª Si en la mezcla se quiere echar parte de agua, deberá multiplicarse esta por el precio á que se estime ó por *cero*, si fuese ninguno su costo.

2.ª En las mezclas de pólvora &c. Se multiplica cada cantidad por el grado de fuerza.

3.ª En los casos prácticos en que se quiere un grado mayor de exactitud del que es fácil obtener, se procede como en la regla de aligacion. Sea, por ejemplo, una línea que se trata de medir sobre el terreno. Se repite muchas veces la operacion; sumando luego todos los resultados distintos y partiendo esta suma por el número de ellos, el cociente dará un resultado medio que probablemente será el mas aproximado al verdadero.

Si midiendo una linea ó base se encontró, la primera vez 3199 *varas* 2 *pies* y la segunda 3200 *varas* 1 *pie*, es probable que el verdadero resultado sea con corta diferencia (3200 *varas* 1 *pie*) *mas* (3199 *varas* 2 *pies*) partidos por 2, esto es: 6400: 2) = 3200 *varas*.

64. El que pone dinero en una casa de comercio al tanto p $\frac{0}{0}$ [por ciento], debe recibir al fin del año su capital aumentado del interes multiplicado por los cientos del capital.

600 *pesos* a. 5 p $\frac{0}{0}$ dan al año 30 pesos de interés.
100: 105 : : 600 : x = 630....(capital aumentando).

Esto se llama *reglas de interes*, y se llama *de des-*

cuento cuando por variar las circunstancias la persona que cobra tiene que abonar el interes.

Si al cobrar una letra de 600 pesos debiese abonar al comerciante que la gira el 5 por ciento, recibira el capital disminuido.

100 : 95 : : 600 : x = 570....(pago de la letra.)

65. Sabida la relacion ó razon que existe entre algunos de los pesos y medidas de diversos paises ó provincias, se hará con una simple proporcion la reduccion de cualquiera otra cantidad á una de las especies conocidas.

6 *pies* de Paris, componen 7 de Castilla;

luego { 1 *pié* de Paris es los 7 *sextos* del de Castilla.
1 *pié* de Castilla es los 6 *septimos* del de Paris.

REDUCCION.

$$300 \text{ piés de Paris} = 300 \ . \ \frac{7}{6} = 350 \text{ piés de Castilla.}$$

$$350 \text{ piés de Castilla} = 350 \ . \ \frac{6}{7} = 300 \text{ pies de Paris.}$$

REGLA CONJUNTA.

66. Aunque las monedas tienen todas un valor intrínseco y constante; su estimacion en el comercio, no es siempre la misma. La introduccion y exportacion de los diversos frutos, producciones y ramos de industria, igualmente que las ocurrencias políticas influyen en la mas ó menos pronta necesidad de que lo importado equivalga á lo extraido. El numerario corre á establecer esta igualdad en la balanza comercial; pero los gastos y riesgos del transporte aumentan el valor de la moneda necesitada. La estimacion accidental que estas circunstancias dan al numerario respectivamente al pais en que se entrega y al en que se recibe, se indica con la denominacion de *cambio*.

El valor efectivo del peso es proximamente de 4 y ½ *chelines*=54 *peniques*. Eso supuesto, cuando se dice que el cambio con Inglaterra está á los 50 *peniques* (por el peso) se entiénde que entregando aquí dinero en casa de un comerciante y tomando una letra pagable en Londres, allí se recibirán 50 *peniques* por cada *peso* contenido en la cantidad que se ha girado.

La combinacion de diversas reglas de tres para averigüar que valor debe producir una letra que se gira por diferentes reynos ó provincias, es llamada *regla conjunta.*

PROBLEMA.

Un comerciante de esta ciudad quiere poner 6000 pesos en Lisboa, y no pudiéndo girar directamente, toma una letra para Londres; de donde piensa girarla á Lisboa, se pregunta ¿cuántos cruzados de Portugal deberá recibir, estando el cámbio de Buenos Aires con Inglaterra á 50 peniques (por un peso) *y el de Inglaterra con Portugal siéndo de 70 peniques* (por el mil-reis) *en la inteligencia de que un mil reis*=2 y ½ *cruzados.*

PROPORCIONES

{ 1 *peso*: 50 *peniques* : : 6000 *pesos* : x *peniques*=300000
70 *peniques* : 1 *mil-reis* : : 300000 *ps.* : x *maravedises* = 4285 *cinco séptimos.*

4285 *cinco séptimos mil-reis* =(4285 *cinco séptimos*) . (2 y ½)=10714 *dos séptimos cruzados.*

RESPUESTA. El comerciante deberá recibir bajo las condiciones propuestas 10714 y 2 *séptimos* de cruzado.

De otras reglas.

67. Omitimos un sin número de casos particulares ó aplicaciones de lo dicho, á las cuales se han dado nombres (*) y sirven solo para abultar vários tratados de aritmética. La mayor parte de esas aplicaciones ó reglas deben su existencia á la ignorancia, ó á aquellos tiempos, infancia de las ciencias exactas, en que la álgebra era mirada como un objeto de simple curiosidad ó como el escollo de los principiantes. Mas en el dia que tan felizmente

(*) Tales son la regla *de testamento, la falsa posicion* y otras no menos ridículas de una denominacion no menos contraria al verdadero espíritu de las matemáticas.

se vé usada como único lenguage de los matemáticos, remitimos á ella cuanto pertenece al cálculo y es ageno de este tratado. (*)

LECCIOM XXI.

Equidiferencias, proporcion continua, definicion de las progresiones

68. A semejanza de las proporciones naturales ó por cociente [Leccion XVII], se llaman *términos equidiferenciales ó proporciones por diferencia* aquellas cantidadess que restadas cada dos, una de otra, dan diferencias iguales.

Son términos equidiferenciales 2, 5, . y 10....porque.... 5—2=10—7.

Se escribe..........2 . 5 : 7 . 10.
Se lee : Equidiferencia....2 es á 5, como 7 es á 10.

NOTA. Cuando el segundo antecedente es igual al primer consecuente se dice que la proporcion ó la equidiferencia son continuas.

Proporcion continua........4 : 6 : : 6 : 9.
..Se escribe.............$\div\!\!:$ 4 : 6 : 9.
Equidiferencia continua.....2 . 5 : 5 . 8.
..Se escribe............. ÷2 . 5 . 8 .

69. Una succesion de equidiferencias contínuas se llama una *progresion por diferencia*. Una succesion de proporciones contínuas se llama una *progresion por cociente*.

Progresiones { por diferencia.2 . 5 : 5 . 8 : 8 . 11 : 11 . 14 &c.
por cociente...2 : 4 : : 4 : 8 : : 8 : 16 : : 16 : 32 : : &c.

Se escriben...... { ÷ 2 . 5 . 8 . 11 . 14 . &c.
$\div\!\!:$ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : &c.

LECCION XXIII.

Nuevo sistema decimal de pesos y medidas.

70. El estrecho recinto en que hacemos se circunscriba el lenguage de los principios que damos en esta

(*) Las reglas mas complicadas de la aritmética se reducen, en el álgebra, á simples ecuaciones.

obra, no nos permite detenernos en una disertacion ni en encomios acerca de la útil invencion del nuevo sistema decimal de *pesos* y *medidas*. Baste decir que esta idea, forma uno de los mas bellos adornos de la historia en las páginas de nuestros dias; y aun cuando, á causa de mil dificultades políticas que no es fácil enumerar, no se logre vulgarizarlo, su uso será un auxilio pronto con que los sabios y personas ilustradas de diversos climas y naciones darán, en cualquier tiempo, una expresion clara á sus conceptos. De todos modos esta empresa ha cubierto de gloria á los que la promovieron, y nosotros nos hubiéramos creido perjudicados si, al tratar de los nuevos pesos y medidas, no hubiésemos acompañado este pequeño testimonio de nuestro reconocimiento y adhesion.

Hace tiempo que los inconvenientes que la multiplicacion de los pesos y medidas ocasiona en el comercio, ocupaban la imaginacion de los matemáticos. Por fin se sintió la necesidad de que se adoptase una medida general tomando por unidad una cantidad cuya determinacion no dependa de la variacion de tiempo ni de lugar. Bajo estos datos se estableció,

el metro (*) como unidad de medida; (*.)
el grama (*.*), como unidad de peso.

(*) Es la *diezmillonésima* parte de la distancia que hay del polo hasta el ecuador. Fué deducido de la porcion de meridiano que atraviesa la Francia y pasa por Paris, cuya medicion se hizo con un grado de exactitud hasta entonces desconocido.

(*.) Un *ara*, ó extension de cien metros cuadrados, se indicó para la medicion del terreno. Un *metro cubo* ó *estero* se indicó como unidad do medida, para las cosas de grueso volumen. Finalmente se indicó el *litro*, cubo formado sobre la décima parte de un metro tomado como lado, para medir una capacidad destinada á contener liquidos.

(*.*) *Grama* es un peso igual al de una cantidad de agua destilada que despues de vuelta á su maximo de densidad por medio de un grado de frio conveniente, puede estar contenida exactamente en una *centésima* parte cúbica de metro.

71. La subdivision de la unidad se hace arreglada al sistema decimal, y las unidades de mayor especie guardan entre sí el órden de un valor décuplo. Partiendo de la unidad media; anteponiendo á su denominacion las voces, *deci*, *centi*, *mili*, se indican las unidades de menor especie, y anteponiendo las voces *deca*, *hecto*, *kilo*, *mirria* se indica el órden succesivo de las mayores.

1 *mirriaumetro*=	10000	metros	1 *mirriágrama*=	10000	gramas
1 *kilometro*=	1000		1 *kilograma*=	1000	
1 *hectometro*=	100		1 *hectograma*=	100	
1 *decámetro*=	10		1 *decágrama*=	10	
1 *metro*=	1	*metro*	1 *grama*=	1	grama
1 *decimetro*=	0,1		1 *decigrama*=	0,1	
1 *centimetro*=	0,01		1 *centigrama*=	0,01	
1 *milimetro*=	0,001		1 *miligrama*=	0,001	

De ahi se deduce que usando de los nuevos pesos y medidas las operaciones de los denominados quedarán reducidas á lo que se ha dicho para las cantidades decimales.

1 *hectometro*, 3 *metros*, 2 *decimetros* y 8 *centimetros*= 103,23 *de metro*.

7 *decágramas*, 5 *gramas* y 25 *miligramas*=75,025 de grama.

9 fardos conteniéndo cada uno 103 *metros* y 28 *centimetros*, compondrán en todo (9 veces 10328 *centimetros*)=92952 *centimetros*=929 *metros* y 52 *centimetros*.

9 fardos pesando cada uno 75 *gramas* y 25 *meligramas*, pesarán juntos (9 veces 75025 *meligramas* 675225 *meligramas* =675 *gramas* y 225 *meligramas*).

NOTA 1.ª La moneda francesa, fué igualmente arreglada bajo el órden de subdivision decimal. Se tomó como unidad el *franco*, (*) el cual se divide en 10 *decimas* o 100 *centésimas*. Por este médio es muy fácil encontrar el valor de cualquier objeto.

17 *metros* y 75 *centímetros* de paño á 48 *francos* y 25 *centésimas*, importarán el producto de 17,75 por 48,25, cuyo producto será *francos*, y parte de franco; esto es: 856,4375 6

(*) El *franco* es una moneda de plata, que tiene 9 *diez avos* de fino, pesa 5 *gramas*.

bien diremos que el producto pagable es de 856 francos y 44 centésimas.

NOTA 2.ª El *metro* ó *medidera* es poco menos que la vara nuestra. El *kilograma* es algo mayor que dos libras. Por esta razon se cuenta generalmente por kilogramas.—Seria de desear que las denominaciones de los nuevos pesos y medidas hubiesen sido sacadas de voces naturales de nuestros propios idiomas.

FIN DE LA ARITMETICA.

Curel, Francisco de (Fran

ERRATAS.

Folios.	Lineas.	Se lee.	Lease.
6	24	127	627
9	última	despues de=guarismos	*añadiese=el multiplicador.*
11	penultima	(13806)2:	13806—2:
14	22 y 23	93 92	93 63
16	22	$\frac{6}{7}$ 3	$\frac{6}{7}$: 3
17	16	$\frac{3:}{2.}\ \frac{2}{2}$	$\frac{3.2}{8}$
18	32	$\frac{8}{18}$	$\frac{8}{12}$
20	6	y esactamento	*y saco esactamente.*
24	25	de $\frac{1}{2}$ de v.ª $=\frac{1}{35}$ de v.ª	$\frac{1}{3}$ *de v.ª* $=\frac{1}{36}$ *de v.ª*
25	17	cuartos	*cuartillos*
id.	25	y $\frac{186}{8}$	y $\frac{185}{8}$
id.	30	19 pesos	=19 *pesos*
26	21	n.° 40	n.° 38
id.	27	n.° 40	n.° 38
29	23	45	46
30	19	n.° 40	n.° 51
31	8	8,, 2	3,, 2
32	28	Quebrados	*Complexos*
33	1	n.° 41	n.° 37
id.	2	n.° 51	n.° 42
id.	última	96 . 8	96=8
35	18	$4\frac{23}{1000}$	$4\frac{53}{1000}$
id.	20	con	*de*
36	1	7,456	7,0456
id.	2	despues de 12,4070	*añadir* ✠ 0,2500
id.	id.	✠, 0456	✠ 7,0456
37	14 y siguientes	diezmos	*Diez milesimas*
id.	16	980	0980
38	12	,0185	0, 925
id.	id.	$\frac{74025}{100000}$	$\frac{74925}{100000}$
id.		$\frac{1925}{1000}$	$\frac{925}{1000}$
42	38	$\frac{630}{12}$	$\frac{6.30}{12}$